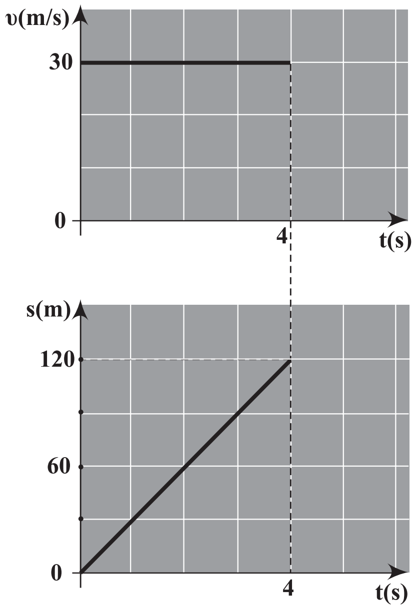
Παράρτημα
Λύσεις ασκήσεων και προβλημάτων

Κεφάλαιο 1.1

1. Επειδή η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ομαλή, ισχύει:

$$\upsilon = \frac{s}{t} \text{ ή } \upsilon = \frac{120}{4} m/s \text{ ή } \upsilon = 30m/s.$$

Για τα αντίστοιχα διαγράμματα έχουμε:



2. Το τρένο βρίσκεται πάνω στη γέφυρα για χρόνο t, ο οποίος είναι:

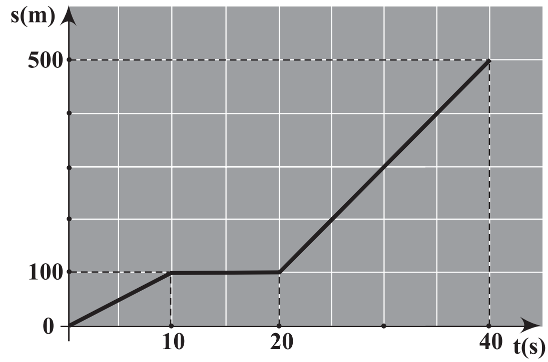
$$\upsilon = \frac{s+\ell}{t} \text{ ή } t = \frac{s+\ell}{\upsilon} \text{ ή } t = \frac{1.980+20}{10} s \text{ ή } t = 200s$$

3. Α. Το ζητούμενο διάστημα υπολογίζεται από το άθροισμα των αντίστοιχων εμβαδών:

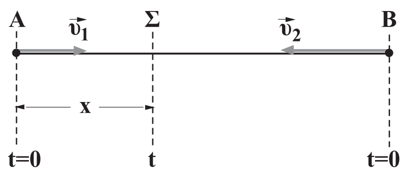
$S=E_1+E_2$ ή $S=10\cdot 10m+20\cdot 20m$ ή $S=500m$.

Β. $\bar{\upsilon} = \frac{s}{t}$ ή $\bar{\upsilon} = \frac{50}{4}$ ή $\bar{\upsilon} = 12{,}5m$

Γ.



4. Α.



Αυτοκίνητο (Α): $\upsilon_1 = \dfrac{x}{t}$ ή $x = \upsilon_1 t$ (1)

Αυτοκίνητο (Β): $\upsilon_2 = \dfrac{s-x}{t}$ ή $s - x = \upsilon_2 t$ (2)

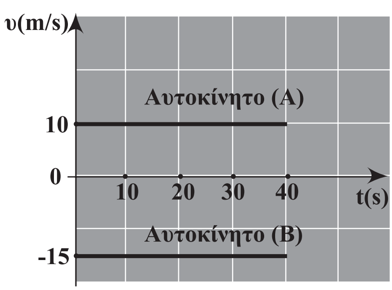
Προσθέτω κατά μέλη τις (1) και (2) και βρίσκω:

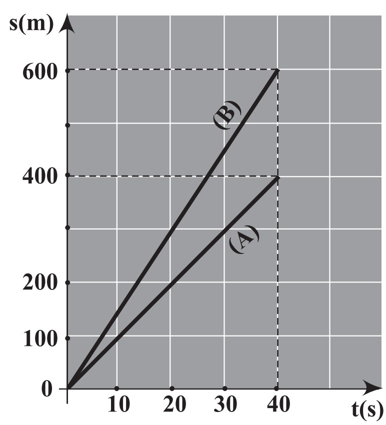
$$\cancel{x}+s-\cancel{x}=\upsilon_1 t+\upsilon_2 t \text{ ή } s=(\upsilon_1+\upsilon_2)t \text{ ή } t=\frac{s}{\upsilon_1+\upsilon_2}=\frac{1.000}{10+15}\,s \text{ ή } t=40s$$

Η συνάντηση των δύο αυτοκινήτων γίνεται στο σημείο Σ_1 που απέχει από το Α απόσταση x για την οποία ισχύει:

$x = \upsilon_1 t$ ή $x = 10 \cdot 40m$ ή $x = 400m$.

Β. Τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:



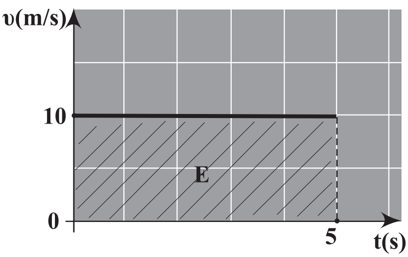


5. Α. Αν ο ζητούμενος χρόνος είναι t, ο μοτοσυκλετιστής και το περιπολικό διανύουν μέχρι την συνάντησή τους διάστημα: $S_\pi = \upsilon_\pi t$ και $S_\mu = \upsilon_\mu t$ αντίστοιχα.
Με την αφαίρεση των σχέσεων αυτών κατά μέλη έχω:
$S\pi - S\mu = (\upsilon\pi - \upsilon\mu)t$ ή $d = (\upsilon\pi - \upsilon\mu)t$

$$\text{ή } t = \frac{d}{\upsilon_\pi - \upsilon_\mu} = \frac{500}{30-20}\text{s ή } t = 50\text{s}$$

Β. Το ζητούμενο διάστημα είναι: $S_\pi = \upsilon_\pi t = 30 \cdot 50\text{m}$ ή $S_\pi = 1.500\text{m}$.

6. Από τη σύγκριση της σχέσης $x = 10t$ με την εξίσωση της κίνησης $x = \upsilon t$ της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, συμπεραίνουμε ότι ο ποδηλάτης κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα $\upsilon = 10\text{m/s}$.
Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με: $s = \upsilon t = 10 \cdot 5\text{m}$ ή $s = 50\text{m}$, δηλαδή ίσο με το αντίστοιχο εμβαδόν Ε.

7. Α. Η αρχική ταχύτητα είναι $\upsilon_0 = 0$ και έτσι ισχύει:
$\upsilon = \alpha t$ ή $\upsilon = 2 \cdot 15\text{m/s}$ ή $\upsilon = 30\text{m/s}$.
Β. Η απόσταση που διανύει ο μοτοσυκλετιστής είναι:

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 15^2\text{m ή } s = 225\text{m}.$$

8. Α. Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με το αντίστοιχο εμβαδό.

$$\text{Δηλαδή: } s = E = \frac{1}{2}10 \cdot 20\text{m ή } s = 100\text{m}.$$

Β. Από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, χωρίς αρχική ταχύτητα, με επιτάχυνση

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{20}{10}\text{m/s}^2 \text{ ή } \alpha = 2\text{m/s}^2.$$

Έτσι το ζητούμενο διάστημα s, είναι:

$$s = s_2 - s_1 = \frac{1}{2}\alpha t_2^{\;2} - \frac{1}{2}\alpha t_1^{\;2} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2^2 m - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1^2 m \quad \text{ή} \quad s = 3m.$$

9. Α. Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με το εμβαδόν του τραπεζίου. Δηλαδή: $s = \frac{30+10}{2}\cdot 20m$ ή $s = 400m$.

Β. Η μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}$ είναι: $\bar{\upsilon} = \frac{s}{t} = \frac{400}{30} m/s$ ή $\bar{\upsilon} = \frac{40}{3} m/s$.

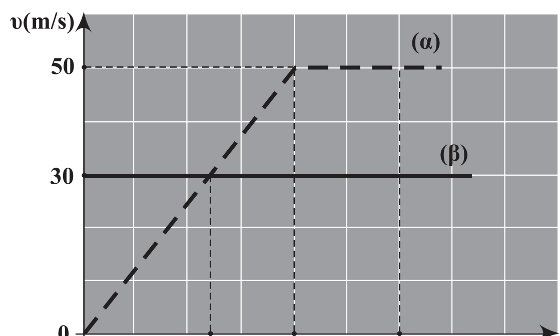
10. Από τη σύγκριση της σχέσης $\upsilon = 8 + 2t$ με την εξίσωση $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$, συμπεραίνουμε ότι η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγρμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 8m/s$ και επιτάχυνση $\alpha = 2m/s^2$. Έτσι για το ζητούμενο διάστημα έχουμε:

$$s = s_4 - s_2 = \upsilon_0 t_4 + \frac{1}{2}\alpha t_4^{\;2} - \upsilon_0 t_2 - \frac{1}{2}\alpha t_2^{\;2}$$

$$\text{ή} \quad s = \upsilon_0(t_4 - t_2) + \frac{1}{2}\alpha(t_4^{\;2} - t_2^{\;2}) \quad \text{ή} \quad s = \left(8(4-2) + \frac{1}{2}\cdot 2(16-4)\right)m$$

$$\text{ή} \quad s = 28m$$

11.



Α. Η κοινή ταχύτητα προσδιορίζεται ως το σημείο τομής των δύο γραφικών παραστάσεων $\upsilon = \upsilon(t)$ για τα δύο κινητά. Έτσι βλέπουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 6s$ η κοινή ταχύτητα των δύο κινητών είναι $\upsilon = 30m/s$.

Β. Το διάστημα που διένυσε το κινητό (α) σε 10s δίνεται και από το εμβαδόν του αντίστοιχου τριγώνου.

Δηλαδή: $s_1 = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 50m$ ή $s_1 = 250m$.

Αντίστοιχα το διάστημα που διένυσε το κινητό (β) σε 10s δίνεται και από το εμβαδόν του αντίστοιχου παραλληλόγραμμου.

Δηλαδή: $s_2 = 10 \cdot 30m$ ή $s_2 = 300m$.

Άρα το κινητό (β) προηγείται του κινητού (α) τη χρονική στιγμή $t = 10s$ κατά $s = 300m - 250m$ ή $s = 50m$.

Γ. Έστω t η χρονική στιγμή κατά την οποία συναντώνται τα δύο κινητά. Προφανώς τότε θα έχουν διανύσει ίσα διαστήματα, δηλαδή θα γίνει: $\dfrac{t + (t - 10)}{2} 50 = 30t$ ή $10t - 50 = 6t$ ή $t = 12{,}5s.$

12. Η κίνηση του αυτοκινήτου από το Α έως το Β είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα υ_A.

Έτσι θα ισχύει:

$\upsilon_B = \upsilon_A + \alpha t$ ή $30 = \upsilon_A + 10\alpha$ (α) και

$$AB = \upsilon_A t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \text{ ή } 200 = \upsilon_A \cdot 10 + \frac{1}{2}\alpha \cdot 100 \qquad (β)$$

Οι εξισώσεις (α) και (β) αποτελούν σύστημα δύο εξισώσεων από την επίλυση του οποίου βρίσκονται η επιτάχυνση α και η ταχύτητα υ_A.

Η (α) μπορεί να γραφεί: $\upsilon_A = 30 - 10\alpha$ (γ)

και με αντικατάσταση στη (β) έχουμε:

$200 = (30 - 10\alpha)\,10 + 50\alpha$ ή $\alpha = 2m/s^2$.

Αντικαθιστώντας την επιτάχυνση α στη σχέση (γ) βρίσκουμε:

$\upsilon_A = (30 - 10 \cdot 2)m/s$ ή $\upsilon_A = 10m/s$.

13. Το κινητό θα κινηθεί επί 0,7s με την ταχύτητα υ_0 που εκινείτο στην αρχή, διανύοντας διάστημα $s_1 = \upsilon_0 t_1 = 20.0{,}7m$ ή $s_1 = 14m$.

Έτσι μέχρι το εμπόδιο υπάρχει διάστημα $s = (50 - 14)m$ ή $s = 36m$.

Το διάστημα που θα διανύσει το αυτοκίνητο μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του μπορεί να είναι:

$$s_{max} = \frac{\upsilon_0^{\,2}}{2\alpha} = \frac{20^2}{2 \cdot 10}m \text{ ή } s_{max} = 20m.$$

Επειδή $s_{max} < s$ θα αποφευχθεί η σύγκρουση του αυτοκινήτου με το εμπόδιο.

14. Για να περάσει ολόκληρο το τρένο πάνω από τη γέφυρα πρέπει να κινηθεί κατά $(\ell + s)m$. Το διάστημα αυτό το τρένο θα το διανύσει επιταχυνόμενο με επιτάχυνση $\alpha = 2m/s^2$, έχοντας αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 20m/s$. Έτσι θα ισχύει: $(\ell + s) = \upsilon_0\, t + \dfrac{1}{2}\alpha\, t^2$ ή $70 + 55 = 20t + \dfrac{1}{2} \cdot 2t^2$.

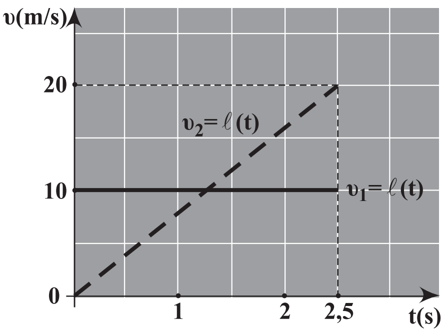
Από την επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης βρίσκουμε $t_1 = -25s$ που απορρίπτεται και $t_2 = 5s$ που είναι η δεκτή λύση.

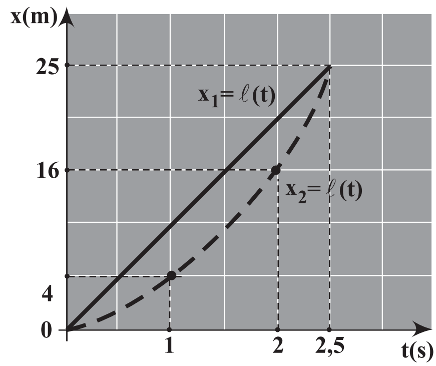
15. Α. Όταν τα κινητά συναντηθούν θα έχουν διανύσει ίσα διαστήματα.

Δηλαδή: $x_1 = x_2$ ή $10t = 4t^2$ ή $4t = 10$ ή $t = 2{,}5s$.

Β. Από τις εξισώσεις κίνησης συμπεραίνουμε ότι το πρώτο όχημα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1 = 10m/s$, ενώ το δέντρο ομαλά επιταχυνόμενη με $\upsilon_0 = 0$ και $\alpha = 8m/s^2$.

Έτσι τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:





16. Α. Στη διάρκεια των 11s ο δρομέας διανύει διάστημα

$$S_{ολ} = \left(\frac{1}{2}3 \cdot 9 + 5 \cdot 9 + \frac{9+6}{2} \cdot 3\right)m \text{ ή } S_{ολ} = 81m.$$

Έτσι η μέση ταχύτητα του είναι:

$$\bar{\upsilon} = \frac{S_{ολ}}{t} = \frac{81}{11} m/s \text{ ή } \bar{\upsilon} = 7{,}36m/s.$$

Β. Για τα πρώτα 3s ο δρομέας επιταχύνεται με επιτάχυνση

$\alpha_1 = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{9-0}{3} m/s^2$ ή $\alpha_1 = 3m/s^2$, ενώ τα τελευταία 3s επιβραδύνεται με επιβράδυνση $\alpha_2 = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{3}{3} m/s^2$ ή $\alpha_2 = 1m/s^2$.

17. Α. Από τις εξισώσεις της επιβραδυνόμενης κίνησης έχουμε:

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t \text{ ή } \frac{\upsilon_0}{2} = \upsilon_0 - \alpha t \text{ ή } 5 = 10 - 2t \text{ ή } t = 2{,}5s$$

$$\text{και } s = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \ \text{ ή } \ s = \left(10 \cdot 2{,}5 - \frac{1}{2} 2 \cdot 2{,}5^2\right) m \ \text{ ή } \ s = 18{,}75m.$$

Β. Από τη σχέση $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$ θέτοντας $\upsilon = 0$ βρίσκουμε για το ζητούμενο χρόνο: $0 = \upsilon_0 - \alpha t$ ή $t = \dfrac{\upsilon_0}{\alpha} = \dfrac{10}{2} s$ ή $t = 5s.$

Για το ζητούμενο διάστημα (μέγιστο) έχουμε:

$$s_{max} = \frac{\upsilon_0^{\,2}}{2\alpha} = \frac{10^2}{2 \cdot 2} m \ \text{ ή } \ s_{max} = 25m.$$

18. Α. Αν μέχρι τη συνάντηση το αυτοκίνητο κινήθηκε κατά ts, ο μοτοσυκλετιστής χρειάστηκε για να το φτάσει χρόνο (t - 4)s διανύοντας προφανώς το ίδιο διάστημα. Έτσι έχουμε:

$$s_\alpha = \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 \ \text{ και } \ s_\mu = \frac{1}{2}\alpha_2 (t-4)^2.$$

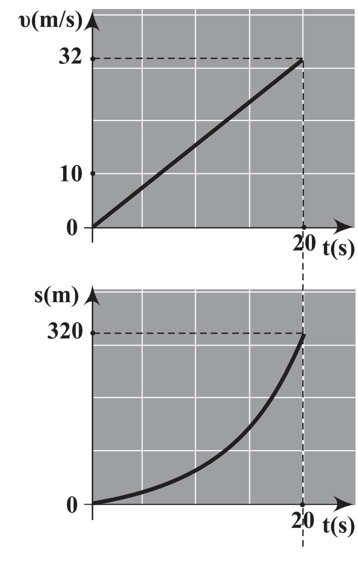
Αλλά $s_\alpha = s_\mu$, δηλαδή:

$\dfrac{1}{2}\alpha_1 t^2 = \dfrac{1}{2}\alpha_2 (t-4)^2$ ή $1{,}6t^2 = 2{,}5\left(t^2 + 16 - 8t\right)$ από την επίλυση της οποίας βρίσκουμε για το ζητούμενο χρόνο $t = 20s$ και $\dfrac{4}{1{,}8} s$ που απορρίπτεται ως μικρότερος του 4s. Επίσης

$$s = s_\mu = s_\alpha = \frac{1}{2} 1{,}6 \cdot 20^2 m \ \text{ ή } \ s = 320m.$$

Β. Για τις ταχύτητες του αυτοκινήτου και του μοτοσυκλετιστή έχουμε:
$\upsilon_\alpha = \alpha_1 t = 1{,}6 \cdot 20 m/s$ ή $\upsilon_\alpha = 32 m/s$ και
$\upsilon_\mu = \alpha_2 (t - 4) = 2{,}5\,(20 - 4) m/s$ ή
$\upsilon_\mu = 40 m/s$. Για τη ζητούμενη μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}$ του αυτοκινήτου έχουμε: $\bar{\upsilon} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{320}{20} m/s$ ή $\bar{\upsilon} = 16 m/s.$

Γ. Τα διαγράμματα $\upsilon = f(t)$ και $s = f(t)$ είναι:



19. Α. Στο χρονικό διάστημα: $0 \le t \le 5s$ η κίνηση που εκτελεί το κινητό είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 10m/s$.

Στο χρονικό διάστημα: $5s < t \le 15s$ η κίνηση είναι ομαλή με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 20m/s$.

Στο χρονικό διάστημα: $15s < t \le 20s$ η κίνηση που εκτελεί το κινητό είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 4m/s^2$ μέχρι μηδενισμού της ταχύτητάς του.

Κατόπιν το κινητό αλλάζει φορά κίνησης και επιταχύνεται με την ίδια επιτάχυνση $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 4m/s^2$.

Β. Η επιτάχυνση του κινητού στο χρονικό διάστημα $0 \le t \le 5s$ είναι:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_A}{t_1 - t_A} = \frac{20-10}{5-0} m/s^2 = 2m/s^2.$$

Γ. Το διάστημα που διανύει το κινητό προσδιορίζεται από το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραφική παράσταση και τον άξονα των χρόνων.

$$s = \left(\frac{10+20}{2}\cdot 5 + 10\cdot 20 + \frac{1}{2}\cdot 20\cdot 5 + \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 20\right)m = (75+200+50+50)m = 375m$$

Η μετακίνηση του κινητού είναι:

$\Delta x = (75 + 200 + 50 - 50)m$ ή $\Delta x = 25m$.

Προσέξτε τη διαφορά μεταξύ του διαστήματος και της μετακίνησης.

Δ. Η μέση ταχύτητα του κινητού είναι: $\bar{\upsilon} = \frac{s}{t} = \frac{375}{25} m/s$ ή $\bar{\upsilon} = 15m/s$.

Κεφάλαιο 1.2

1. Στην πρώτη περίπτωση οι δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση και έτσι η συνισταμένη τους είναι:

$F = F_1 + F_2 = (80 + 60)N$ ή $F = 140N$ ίδιας κατεύθυνσης.

Στη δεύτερη περίπτωση οι δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση και έτσι η συνισταμέμη τους έχει την κατεύθυνση της μεγαλύτερης και τιμή: $F = F_1 - F_2 = (80 - 60)N$ ή $F = 20N$.

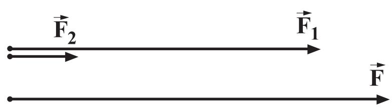
2. Και στις τρεις περιπτώσεις η συνισταμένη F έχει φορά προς τα δεξιά και η τιμή της είναι:

$F = (20 + 10)N - 5N$ ή $F = 25N$

$F = 20N - (10+5)N$ ή $F = 5N$

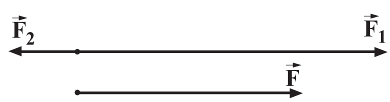
$F = (20+10+5)N$ ή $F = 35N$

3. Α. Για τις συγγραμμικές και ομόρροπες δυνάμεις γνωρίζουμε ότι η συνισταμένη τους είναι συγγραμμική και ομόρροπη με τις συνιστώσες και έχει τιμή που δίνεται από τη σχέση $F = F_1 + F_2$.
Έτσι $F = 4F_2 + F_2$ ή $F_2 = 2N$ και $F_1 = 4F_2$ ή $F_1 = 8N$.
Η ζητούμενη ανάλυση φαίνεται στην εικόνα α.



Εικόνα α

Β. Για τις συγγραμμικές και αντίρροπες δυνάμεις γνωρίζουμε ότι η συνισταμένη τους είναι συγγραμμική και ομόρροπη με τη συνιστώσα δύναμη μεγαλύτερης τιμής και δίνεται από τη σχέση $F = F_1 - F_2$.
Έτσι $F = 3F_2 - F_2$ ή $F_2 = 5N$ και $F_1 = 3F_2$ ή $F_1 = 15N$
Η ζητούμενη ανάλυση φαίνεται στην εικόνα β.



Εικόνα β

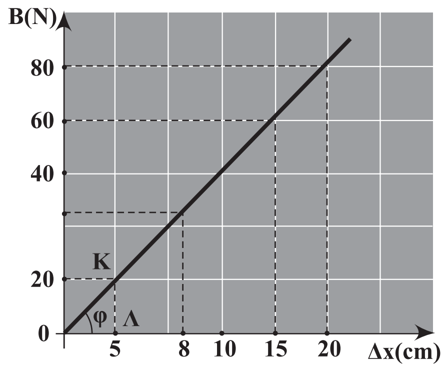
4. Α. Από το νόμο του Hooke έχουμε: $F = K\Delta x$. Αντικαθιστώντας το γνωστό ζευγάρι τιμών $\Delta x = 20cm$ και $F = 80N$ έχουμε:

$$80N = K \cdot 20cm \text{ ή } K = \frac{80}{20}\frac{N}{cm} \text{ ή } K = 4\frac{N}{cm}.$$

Άρα, αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $B = K\Delta x$ ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής:

Επιμήκυνση (cm)	5	8	10	15	20
Βάρος (N)	20	32	40	60	80

B. Από τον πίνακα κατασκευάζουμε το διάγραμμα ως εξής:



Γ. Η κλίση της γραφικής παράστασης ισούται με την εφαπτομένη της γωνίας φ και ισχύει: $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{K\Lambda}{O\Lambda} = \dfrac{20N}{5cm} = 4N/cm,$ δηλαδή δίνει τη σταθερά του ελατηρίου Κ.

5. Επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, δηλαδή $\alpha = 0$, όπως προκύπτει από το νόμο του Νεύτωνα $\Sigma F = m\,\alpha$, πρέπει να είναι $\Sigma F = 0$. Αυτό σημαίνει ότι στο σώμα ασκείται δύναμη F_3 ίδιας κατεύθυνσης με τη μικρότερη δύναμη F_2, έτσι ώστε να ισχύει:
$F_1 - F_2 - F_3 = 0$ ή $F_3 = F_1 - F_2 = (22 - 7)N$ ή $F_3 = 15N$.

6. Επειδή το πιθηκάκι ισορροπεί, θα πρέπει να δέχεται από το κλαδί δύναμη F, ώστε η συνισταμένη της F και το βάρος B να είναι ίση με μηδέν. Δηλαδή: $F - B = 0$ ή $F = B$ ή $F = 200N$ αντίρροπη του βάρους του.

7. Η συνισταμένη δύναμη ΣF έχει και στις τέσσερις περιπτώσεις την ίδια τιμή $\Sigma F = 20N$ με φορά προς τ' αριστερά, εκτός της περίπτωσης Β που η φορά είναι προς τα δεξιά. Έτσι στις περιπτώσεις Α, Γ και Δ έχουμε την ίδια επιτάχυνση που είναι αντίθετη της επιτάχυνσης του σώματος στην περίπτωση Β.

8. Από τη σχέση $\alpha = \dfrac{\Delta \upsilon}{\Delta t}$ βρίσκουμε την επιβράδυνση α που είναι:

$$\alpha = \frac{5}{2} m/s^2 = 2{,}5 m/s^2.$$

Έτσι η ζητούμενη δύναμη είναι: $F = m\,\alpha = 10 \cdot 2{,}5N$ ή $F = 25N$.

9. Από τη σύγκριση της σχέσης $\upsilon = 4t$ με τη σχέση $\upsilon = \alpha\, t$ προκύπτει πως το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\alpha = 4m/s^2$. Έτσι η συνισταμένη δύναμη για το σώμα είναι:

$$\Sigma F = m\ \alpha = 1.4N \text{ ή } \Sigma F = 4N.$$

10. Από τον ορισμό της επιτάχυνσης έχουμε:

$$\alpha = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{14 - 10}{2} m/s^2 \text{ ή } \alpha = 2m/s^2.$$

Έτσι από τον νόμο του Νεύτωνα έχουμε: $F = m\,\alpha = 10 \cdot 2N$ ή $F = 20N$.

11. Α. Για την επιτάχυνση κάθε σώματος έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{F_1}{m_1} = \frac{4}{1} m/s^2 \text{ ή } \alpha_1 = 4m/s^2 \text{ και}$$

$$\alpha_2 = \frac{F_2}{m_2} = \frac{15}{3} m/s^2 \text{ ή } \alpha_2 = 5m/s^2.$$

Β. Αν τα δύο σώματα απέχουν κατά 18m μετά από χρόνο t στον οποίο έχουν διανύσει αντίστοιχο διάστημα S_1 και S_2 θα πρέπει να ισχύει: $S_2 - S_1 = (18-10)m$ ή $S_2 - S_1 = 8m$. Έτσι έχουμε:

$$\frac{1}{2}\alpha_2\, t^2 - \frac{1}{2}\alpha_1\, t^2 = 8 \text{ ή } \frac{1}{2} 5\, t^2 - \frac{1}{2} 4\, t^2 = 8$$

$$\text{ή } 2{,}5\, t^2 - 2\, t^2 = 8 \text{ ή } t^2 = 16 \text{ ή } t = 4s.$$

12. Α. Αρχικά το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση $\alpha_1 = \dfrac{F_1}{m} = \dfrac{20}{20} m/s^2$ ή $\alpha_1 = 1m/s^2$ για χρόνο έστω t_1, στον οποίο αποκτά ταχύτητα υ_0 διανύοντας διάστημα S_1. Προφανώς για την κίνηση αυτή ισχύει:

$$s_1 = \frac{1}{2}\alpha_1\, t_1^2 \text{ ή } s_1 = \frac{1}{2} t_1^2 \qquad (\alpha)$$

$$\text{και } \upsilon_0 = \alpha_1\, t_1 \text{ ή } \upsilon_0 = t_1 \qquad (\beta)$$

Κατόπιν το σώμα επιβραδύνεται με επιβράδυνση

$$\alpha_2 = \frac{F_2}{m} = \frac{5}{20}\,m/s^2 \quad ή \quad \alpha_2 = 0{,}25m/s^2$$

Τελικά το σώμα κινείται ακόμη μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για χρόνο $t_2 = \frac{\upsilon_0}{\alpha_2} = \frac{t_1}{\alpha_2}$ (γ)

Στο χρόνο αυτό διανύει διάστημα $s_2 = \frac{\upsilon_0^{\,2}}{2\alpha_2} = \frac{t_1^{\,2}}{2\alpha_2}$ (δ)

Αλλά $s_1 + s_2 = s_{ολ}$ ή $\frac{1}{2}t_1^{\,2} + \frac{t_1^{\,2}}{2\alpha_2} = s_{ολ}$ ή

$$\frac{1}{2}t_1^{\,2} + 2\,t_1^{\,2} = 40 \quad ή \quad t_1 = 4s.$$

Άρα η δύναμη F_2 άρχισε να ενεργεί μετά από διαδρομή

$$s_1 = \frac{1}{2}t_1^{\,2} = \frac{1}{2}\cdot 4^2 s \quad ή \quad s_1 = 8m.$$

Β. Η συνολική διάρκεια κίνησης του σώματος είναι:

$$t_{ολ} = t_1 + t_2 = t_1 + \frac{t_1}{\alpha_2} = \left(4 + \frac{4}{0{,}25}\right)s \quad ή \quad t_{ολ} = 20s.$$

13. Α. Από την εξίσωση της κίνησης για την ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση έχουμε:

$$s = \frac{1}{2}\alpha\,t^2 \quad ή \quad \alpha = \frac{2s}{t^2} = \frac{48}{16}\,m/s^2 \quad ή \quad \alpha = 3m/s^2.$$

Β. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση $\Sigma F = m\,\alpha$ όπου $\Sigma F = F_1 + F_2 - F_3$ έχουμε: $F_1 + F_2 - F_3 = m\,\alpha$ ή $6 + 2 - F_3 = 1\cdot 3$ ή $F_3 = 5N$.

14. Στην πρώτη περίπτωση η $\Sigma F = F_1 - F_2 = 40N - 20N$ ή $\Sigma F = 20N$.

Άρα η $\Sigma F = m\,\alpha$ δίνει για τη μάζα $m = \frac{20}{0{,}3}\,kg$.

Έτσι στη δεύτερη περίπτωση η επιτάχυνση του σώματος είναι:

$$\Sigma F' = m\,\alpha' \quad ή \quad \alpha' = \frac{\Sigma F'}{m} = \frac{40}{\frac{20}{0{,}3}}\,m/s^2 \quad ή \quad \alpha' = 0{,}6m/s^2.$$

Την τιμή αυτή την αναμένουμε, αφού διπλάσια δύναμη στο ίδιο σώμα, προκαλεί διπλάσια επιτάχυνση.

15. Από την εξίσωση του διαστήματος για την ελεύθερη πτώση έχουμε:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad ή \quad t^2 = \frac{2h}{8} \quad ή \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε $t = 2s$.

16. Αν το πρώτο σώμα φτάνει στον πυθμένα σε χρόνο t, ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} gt^2 \quad ή \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$ και με αντικατάσταση $t = 6s$.

Το δεύτερο σώμα έχει κινηθεί για χρόνο t΄ που είναι:

$t' = t - \Delta t$ ή $t' = (6 - 1)s = 5s$.

Στο χρόνο αυτό έχει διανύσει διάστημα

$$h' = \frac{1}{2} g t'^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 5^2 \text{ m} \quad ή \quad h' = 125\text{m}.$$

Κατά συνέπεια η ζητούμενη απόσταση Δh είναι:

$\Delta h = h - h' = (180 - 125)\text{m}$ ή $\Delta h = 55\text{m}$.

17. Α. Η επιτάχυνση που αποκτά το αυτοκίνητο θα είναι:

$$F = m\alpha \quad ή \quad \alpha = \frac{F}{m} = \frac{2 \cdot 10^4}{4.000} \text{m/s}^2 = 5\text{m/s}^2.$$

Όμως το διάστημα μέχρι να σταματήσει είναι:

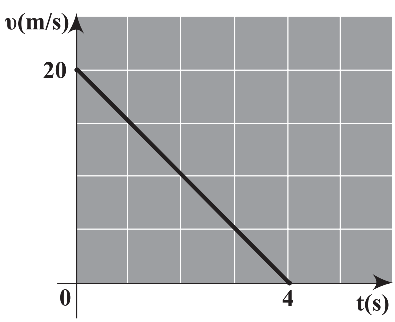
$$S = \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha} \quad ή \quad \upsilon_0^2 = 2\alpha s \quad ή \quad \upsilon_0 = \sqrt{2\alpha s}$$

και με αντικατάσταση $\upsilon_0 = 20\text{m/s}$.

Β. Η χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης είναι:

$$t_{ολ} = \frac{\upsilon_0}{\alpha} = \frac{20}{5} \text{s} \quad ή \quad t_{ολ} = 4\text{s}.$$

Γ. Τέλος το ζητούμενο διάγραμμα είναι:

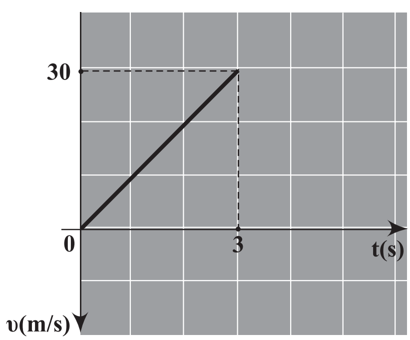


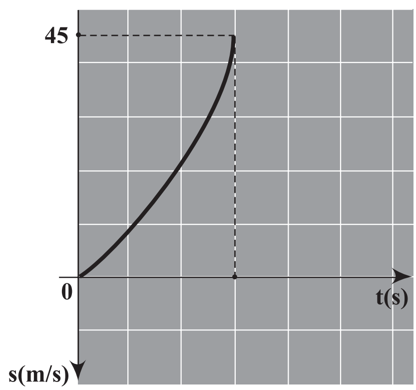
18. Α. Έστω ότι το πρώτο σώμα φτάνει στο έδαφος σε χρόνο t. Ισχύει ότι: $h = \frac{1}{2} g t^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ και με αντικατάσταση $t = 3s$. Επειδή το δεύτερο σώμα ρίχνεται μετά από ένα δευτερόλεπτο και φτάνει στο έδαφος ταυτόχρονα με το πρώτο, πρέπει να κινείται για χρόνο $t' = t - \Delta t$ ή $t' = (3 - 1)s$ ή $t' = 2s$. Έτσι για το δεύτερο σώμα έχουμε:

$$h = \upsilon_0 t' + \frac{1}{2} g t'^2 \quad ή \quad \upsilon_0 = \frac{h - \frac{1}{2} g t'^2}{t'} \quad ή$$

$$\upsilon_0 = \frac{45 - 5 \cdot 2^2}{2} m/s \quad ή \quad \upsilon_0 = 12{,}5 m/s.$$

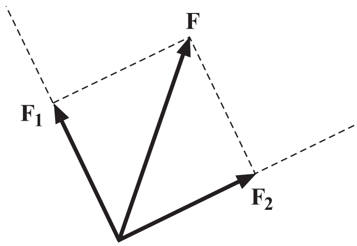
Β. Τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:





Κεφάλαιο 1.3

1. Με βάση τα δεδομένα το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων θα είναι τετράγωνο.
Έτσι έχουμε:



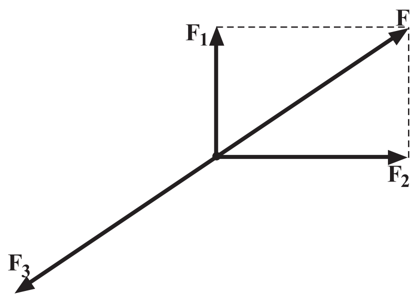
$$F^2 = F_1{}^2 + F_2{}^2 = 2F_1{}^2 \text{ ή } F_1 = \sqrt{\frac{F^2}{2}}$$

και με αντικατάσταση

$$F_1 = F_2 = \sqrt{50}\ \text{N} \quad \text{ή} \quad F_1 = F_2 = 5\sqrt{2}\ \text{N}$$

2. Η συνισταμένη των δυνάμεων F_1 και F_2 είναι:

$$F = \sqrt{F_1{}^2 + F_2{}^2}$$

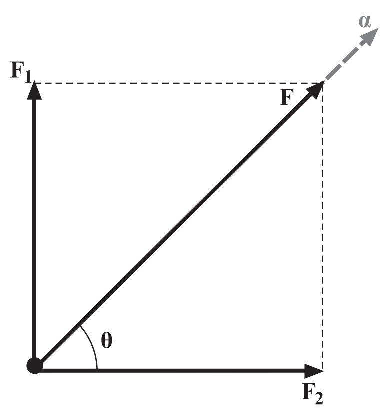


και με αντικατάσταση $F = \sqrt{41}$ N.
Για να ισορροπεί το σωμάτιο πρέπει να του ασκείται δύναμη F_3 αντίθετη της F.

Δηλαδή $F_3 = F = \sqrt{41}$ N.

3. Η συνισταμένη F των δύο δυνάμεων F_1, F_2 δίνεται από τη σχέση:

$F = \sqrt{F_1{}^2 + F_2{}^2}$ και με αντικατάσταση F = 10N. Άρα η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι:



$$\alpha = \frac{F}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{10}{1}\,\text{m/s}^2 \quad \text{ή} \quad \alpha = 10\,\text{m/s}^2$$

Η επιτάχυνση α έχει την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης F δηλαδή σχηματίζει με τη δύναμη F_2 γωνία $\hat{\theta}$ για την οποία ισχύει:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_1}{F_2} = \frac{6}{8} \quad \text{ή} \quad \varepsilon\varphi\theta = \frac{3}{4}.$$

4. Α. Από την εξίσωση της ελεύθερης πτώσης έχουμε:

$$h = \frac{1}{2} g_\Sigma t^2 \quad ή \quad g_\Sigma = \frac{2h}{t^2} \quad \text{και με αντικατάσταση}$$

$$g_\Sigma = \frac{2 \cdot 7{,}2}{3^2} m/s^2 \quad ή \quad g_\Sigma = 1{,}6 m/s^2.$$

Β. α) Ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να φθάσει στο έδαφος σύμφωνα με την αρχή επαλληλίας των κινήσεων, είναι πάλι 3s.
β) Για την οριζόντια κίνηση έχουμε: $x = \upsilon t$ ή $x = 12 \cdot 3 m$ $x = 36 m$.

5. Α. Οι ζητούμενες εξισώσεις για τις δύο κινήσεις της βόμβας στους άξονες x και y είναι αντίστοιχα:

$$x = \upsilon t \quad (α) \qquad \text{και} \qquad y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (γ)$$

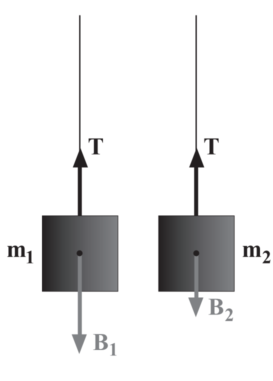
$$\upsilon_x = \upsilon_0 \quad (β) \qquad\qquad \upsilon_y = g t \quad (δ)$$

Β. Από τη (γ) έχουμε:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad ή \quad g = \frac{2y}{t^2} \quad ή \quad g = \frac{2 \cdot 500}{10^2} m/s^2 \quad ή \quad g = 10 m/s^2.$$

Γ. Επειδή η ταχύτητα υ_x της βόμβας είναι ίση με την ταχύτητα (υ_0) του αεροπλάνου, βόμβα και αεροπλάνο διανύουν κάθε στιγμή την ίδια απόσταση x. Έτσι τη στιγμή που η βόμβα φτάνει στο έδαφος, το αεροπλάνο βρίσκεται ακριβώς πάνω από το σημείο πρόκρουσης, έχοντας μετατοπιστεί από το σημείο που άφησε τη βόμβα κατά $x = \upsilon_0 t = 150 \cdot 10 m$ ή $x = 1.500 m$.

6. Α. Στα σώματα ασκούνται τα βάρη τους και οι τάσεις $T_1 = T_2 = T$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εφαρμόζω για κάθε σώμα το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:



$B_1 - T = m_1 α$ (1) και
$T - B_2 = m_2 α$ (2).

Β. Προσθέτοντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε:

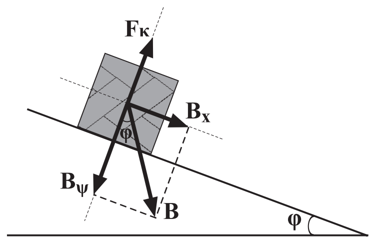
$B_1 - T + T - B_2 = m_1 α + m_2 α$ ή
$B_1 - B_2 = (m_1 + m_2) α$ ή

$$α = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2} \quad ή \quad α = \frac{30 - 10}{4} \frac{m}{s^2} \quad ή \quad α = 5 \frac{m}{s^2}.$$

Γ. Αντικαθιστούμε την τιμή της επιτάχυνσης σε μια από τις αρχικές σχέσεις, π.χ. στην (1) και έχουμε:

$T = B_1 - m_1 α$ ή $T = (3 \cdot 10 - 3 \cdot 5) N$ ή $T = 15 N$.

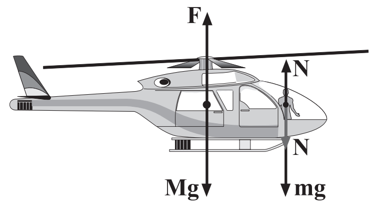
7. Α. Οι δυνάμεις στο σώμα είναι το βάρος του Β και η δύναμη Fκ λόγω της άμεσης επαφής του με το κεκλιμένο επίπεδο. Αναλύουμε το βάρος Β στις συνιστώσες Βx και Βy, οπότε ο θεμελιώδης νόμος γράφεται: $\Sigma F = m\,\alpha$ ή $B_x = m\,\alpha$ (1).



Β. Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) βρίσκουμε:

$$m\,g\,\eta\mu\varphi = m\,\alpha \text{ ή } \alpha = g\,\eta\mu\varphi \text{ ή } \alpha = \frac{g}{2}.$$

8. Α. Στον πιλότο ασκείται το βάρος του mg και η δύναμη Ν από το κάθισμα. Στο ελικόπτερο ασκείται το βάρος του Mg, η ανυψωτική δύναμη F και η εσωτερική δύναμη Ν που ασκεί ο πιλότος λόγω άμεσης επαφής.



Β. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το σύστημα έχουμε:
$F - Mg - mg = (M + m)\,\alpha$ ή
$F = [(1.920 + 80)\cdot 2 + 1.920\cdot 10 + 80\cdot 10]N$
ή $F = 24.000N$.

Γ. Ο ίδιος νόμος για τον πιλότο δίνει:
$N - mg = m\alpha$ ή $N = m\alpha + mg$ ή $N = (80\cdot 2 + 80\cdot 10)N$ ή $N = 960N$.

9. Α. Η κίνηση του σώματος είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική και κατά συνέπεια ισχύει: $s = \frac{1}{2}\alpha t^2$ και $\upsilon = \alpha t$. Από τις εξισώσεις αυτές αντικαθιστώντας το χρόνο t από τη δεύτερη εξίσωση στην πρώτη έχουμε:

$$s = \frac{1}{2}\alpha\frac{\upsilon^2}{\alpha^2} \text{ ή } s = \frac{\upsilon^2}{2\alpha} \text{ ή } \alpha = \frac{\upsilon^2}{2s} \text{ ή}$$

$$\alpha = \frac{10^2}{2\cdot 10}m/s^2 \text{ ή } \alpha = 5m/s^2.$$

Β. Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα βρίσκουμε ότι:
$\Sigma F = m\,\alpha$ ή $\Sigma F = 5\cdot 5N$ ή $\Sigma F = 25N$. Επειδή $\Sigma F > F$ σημαίνει ότι υπάρχει τριβή Τ έτσι ώστε:
$\Sigma F = F - T$ ή $T = F - \Sigma F = (30 - 25)N$ ή $T = 5N$.

Γ. Για το συντελεστή τριβής ολίσθησης βρίσκουμε:

$$T = \mu F\kappa = \mu mg \text{ ή } \mu = \frac{T}{mg} \text{ ή } \mu = \frac{5}{5\cdot 10} \text{ ή } \mu = 0{,}1.$$

10. Α. Δεχόμαστε ότι κατά την επιβράδυνσή του ο οδηγός δέχεται μόνο τη δύναμη F από τη ζώνη, και ότι αυτή είναι σταθερή. Από την εξίσωση που δίνει το μέγιστο διάστημα στην επιβραδυνόμενη κίνηση έχουμε:

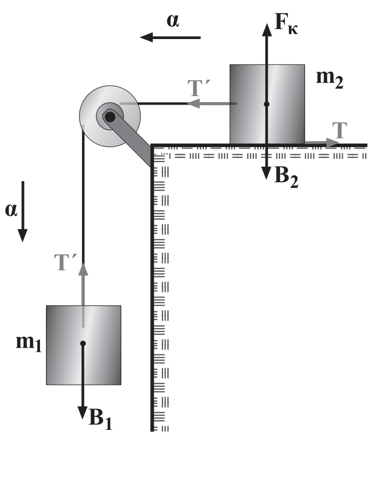
$$s_{max} = \frac{\upsilon^2}{2\alpha} \quad ή \quad \alpha = \frac{\upsilon^2}{2s_{max}} \quad ή \quad \alpha = \frac{30^2}{2 \cdot 0,2}\, m/s^2 \quad ή \quad \alpha = 2.250 m/s^2.$$

Β. Η δύναμη από τη ζώνη ασφαλείας που προκαλεί την παραπάνω επιβράδυνση είναι: $F = m\,\alpha = 60 \cdot 2.250N$ ή $F = 135.000N$.

11. Α. Επειδή η ταχύτητα της ντουλάπας είναι σταθερή ισχύει $\alpha = 0$, δηλαδή $\Sigma F = 0$ ή $F - T = 0$ ή $T = F$ ή $T = 120N$.

Αλλά $T = \mu F\kappa$ ή $\mu = \dfrac{120}{250}$ ή $\mu = 0,48$.

Β. Η ελάττωση του βάρους της ντουλάπας ελαττώνει την τριβή σε μια νέα τιμή $T' = \mu\, B = 0,48 \cdot 160N$ ή $T' = 76,8N$. Για να έχουμε πάλι σταθερή ταχύτητα η οριζόντια δύναμη F΄ θα πρέπει να είναι: $F' = T'$ ή $F = 76,8N$.



12. Α. Οι δυνάμεις σε κάθε σώμα φαίνονται στην εικόνα.

Β. Για κάθε σώμα ο θεμελιώδης νόμος γράφεται:

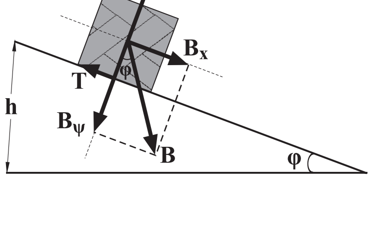
$B_1 - T' = m_1\,\alpha$ (1) και

$T' - T = m_2\,\alpha$ (2)

Γ. Προσθέτοντας κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2) έχουμε $B_1 - T = (m_1 + m_2)\,\alpha$ και επειδή $T = \mu F\kappa = \mu m_2 g$ προκύπτει: $m_1 g - \mu m_2 g = (m_1 + m_2)\,\alpha$ ή

$$\alpha = \frac{8 \cdot 10 - 0,25 \cdot 12 \cdot 10}{12 + 8}\, m/s^2 \quad ή$$

$\alpha = 2,5 m/s^2$.



13. Α. Οι δυνάμεις φαίνονται στην εικόνα.

Β. Για την τριβή έχουμε: $T = \mu F\kappa$ και επειδή $F\kappa = By = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$, η τριβή είναι: $T = \mu \cdot mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ ή

$$T = \frac{\sqrt{3}}{6}\, 1 \cdot 10 \frac{\sqrt{3}}{2}\, N \quad ή \quad T = 2,5N.$$

Γ. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = m\alpha \text{ ή } Bx - T = m\alpha \text{ ή } mg\eta\mu\varphi - T = m\alpha \text{ ή } \alpha = \frac{1 \cdot 10\frac{1}{2} - 2{,}5}{1} m/s^2$$

ή $\alpha = 2{,}5 m/s^2$. Έτσι το ζητούμενο διάστημα είναι:

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 1 m \text{ ή } s = 1{,}25 m.$$

14. Η γραμμική ταχύτητα για κάθε σημείο του πλέγματος του τροχού είναι ίση με τη μεταφορική ταχύτητα του αυτοκινήτου.

Δηλαδή $\upsilon = 35 m/s$. Για την κεντρομόλο επιτάχυνση έχουμε: $\alpha_\kappa = \dfrac{\upsilon^2}{R}$,

όπου $R = \dfrac{\delta}{2} = \dfrac{0{,}8}{2} m$ ή $R = 0{,}4 m$.

Έτσι $\alpha_\kappa = \dfrac{35^2}{0{,}4} m/s^2$ ή $\alpha_\kappa = 3.062{,}5 m/s^2$.

15. Από τη σχέση $\upsilon = \omega R$, αν θέσουμε $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ βρίσκουμε για τη ζητούμενη ταχύτητα: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} \cdot R = \dfrac{2 \cdot 3{,}14}{24 \cdot 3.600} \cdot 6.380 \cdot 10^3 m/s$ ή

$\upsilon = 463 m/s$. Για την κεντρομόλο επιτάχυνση έχουμε: $\alpha_\kappa = \dfrac{\upsilon^2}{R} = \dfrac{463^2}{6.380 \cdot 10^3}$

ή $\alpha_\kappa = 0{,}034 m/s^2$.

16. Για την ταχύτητα έχουμε:

$$\upsilon = \omega R = 2\pi f \frac{\delta}{2} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}5 \frac{13{,}8 \cdot 10^3}{2} m/s \text{ ή } \upsilon = 368 \cdot 10^3 m/s.$$

Η ζητούμενη κεντρομόλος επιτάχυνση είναι:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\left(368 \cdot 10^3\right)^2}{\frac{13{,}8 \cdot 10^3}{2}} m/s^2 \quad \text{ή} \quad \alpha_\kappa = 19{,}6 \cdot 10^6 m/s^2.$$

17. Η συχνότητα περιστροφής του κάδου είναι:

$$f = \frac{780}{60} Hz \text{ ή } f = 13 Hz.$$

Έτσι βρίσκουμε: $\upsilon = \omega R = 2\pi f R$ ή

$$\upsilon = 2\pi f \frac{\delta}{2} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 13 \cdot \frac{0{,}66}{2} \mathrm{m/s} \text{ ή}$$

$$\upsilon = 26{,}9\mathrm{m/s} \text{ και } \alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{26{,}9^2}{0{,}33} \mathrm{m/s^2} \text{ ή } \alpha_\kappa = 2.193\mathrm{m/s^2}.$$

18. Η τιμή της τριβής, δηλαδή η κεντρομόλος δύναμη, δεν μπορεί να υπερβαίνει το 25% του βάρους του αυτοκινήτου.

Δηλαδή: $F\kappa_{(max)} = 0{,}25B$ ή $F\kappa_{(max)} = 0{,}25mg$.

Όμως $F\kappa_{(max)} = \dfrac{m\upsilon_{max}{}^2}{R}$ ή $0{,}25mg = \dfrac{m\upsilon_{max}{}^2}{R}$ ή

$\upsilon_{max} = \sqrt{0{,}25\,gR}$ και με αντικατάσταση $\upsilon_{max} = 13\mathrm{m/s}$.

19. Για την περίοδο του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη βρίσκουμε: $T_\Omega = 12h = 12 \cdot 3.600s$ ή $T_\Omega = 43.200s$ και $T_\Lambda = 1h = 1 \cdot 3.600$ ή $T_\Lambda = 3.600s$.

Έστω ότι οι δείκτες σχηματίζουν για πρώτη φορά γωνία $\dfrac{\pi}{3}$ μετά από χρόνο t. Ο λεπτοδείκτης έχει διαγράψει γωνία $\varphi_\Lambda = \omega_\Lambda t = \dfrac{2\pi}{T_\Lambda} t$ (1)

Αντίστοιχα ο ωροδείκτης θα έχει διαγράψει γωνία

$\varphi_\Omega = \omega_\Omega t = \dfrac{2\pi}{T_\Omega} t$ (2). Όμως $\varphi_\Lambda - \varphi_\Omega = \dfrac{\pi}{3}$ οπότε αντικαθιστούμε τις (1) και (2) και έχουμε $\dfrac{2\pi}{T_\Lambda} t - \dfrac{2\pi}{T_\Omega} t = \dfrac{\pi}{3}$ ή

$$2t\left(\frac{1}{T_\Lambda} - \frac{1}{T_\Omega}\right) = \frac{1}{3} \text{ ή } 2t\left(\frac{1}{3.600} - \frac{1}{43.200}\right) = \frac{1}{3} \text{ ή } t = 10{,}9\mathrm{min}.$$

20. Το βλήμα κινούμενο ομαλά χρειάζεται χρόνο t για να φθάσει στο δίσκο, ο οποίος είναι: $t = \dfrac{d}{\upsilon} = \dfrac{2}{400}s$ ή $t = 0{,}005s$. Στον ίδιο χρόνο t ο δίσκος περιστρέφεται κατά γωνία $\dfrac{\pi}{4}$.

Επομένως βρίσκουμε ότι: $\omega = \dfrac{\varphi}{t} = \dfrac{\frac{\pi}{4}\mathrm{rad}}{0{,}005s} = \dfrac{\pi}{0{,}02}\mathrm{rad/s}$ ή $\omega = 50\pi\,\mathrm{rad/s}$.

21. Α. Για την ταχύτητα του δορυφόρου βρίσκουμε:

$$\upsilon = \omega(R + h) = \frac{2\pi}{T}(R + h) \quad ή$$

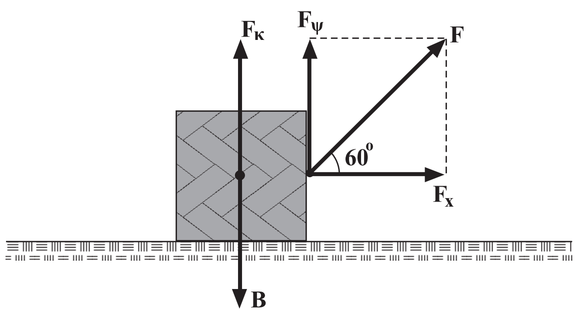
$$\upsilon = \frac{2 \cdot 3{,}14}{4 \cdot 3.600}\left(6.400 \cdot 10^3 + 6.400 \cdot 10^3\right) m / s \quad ή \quad \upsilon = 5.581 m/s.$$

Β. Για τη γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου έχουμε:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{4 \cdot 3.600} rad / s \quad ή \quad \omega = 4{,}36 \cdot 10^{-4} rad/s.$$

22. Α. Από την ισορροπία του σώματος στον κατακόρυφο άξονα έχουμε: $F\kappa + Fy = B$ ή $F\kappa = m\,g - F\eta\mu 60$ ή

$$F\kappa = \left(10 \cdot 10 - 40\frac{\sqrt{3}}{2}\right)N \quad ή \quad F\kappa = \left(100 - 20\sqrt{3}\right)N \quad ή \quad F\kappa = 65{,}36N.$$



Β. Η ταχύτητα μετά από 5s θα είναι $\upsilon = \alpha\, t$, όπου α η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το σώμα.

Αλλά $Fx = m\,\alpha$ ή $\alpha = \frac{Fx}{m} = \frac{F\sigma\upsilon\nu 60}{m} = \frac{40\frac{1}{2}}{10} m / s^2$ ή $\alpha = 2 m/s^2$.

Έτσι $\upsilon = \alpha\, t = 2 \cdot 5 m/s$ ή $\upsilon = 10 m/s$.

Γ. Κατά τη διάρκεια του πέμπτου δευτερολέπτου το σώμα διανύει διάστημα:

$$S = S_5 - S_4 = \frac{1}{2}\alpha\, t_5^{\,2} - \frac{1}{2}\alpha\, t_4^{\,2} \quad ή$$

$$S = \frac{1}{2}\alpha\left(t_5^{\,2} - t_4^{\,2}\right) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(5^2 - 4^2\right)m \quad ή \quad S = 9m.$$

23. Α. Για να κινηθεί το σώμα απαιτείται δύναμη $F \geq T$.
Άρα η ζητούμενη μικρότερη δύναμη είναι $F = T$ ή
$F = \mu F\kappa$ ή $F = \mu B = 0{,}2 \cdot 1.000N$ ή $F = 200N$.

Β. Η ζητούμενη επιτάχυνση είναι:

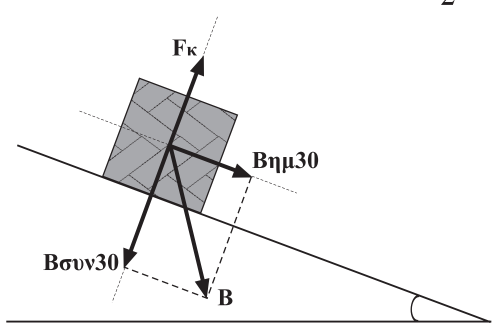
$$\alpha = \frac{F' - T}{m} = \frac{(F' - T)g}{B} \quad ή \quad \alpha = \frac{(500 - 200)\,10}{1.000} m/s^2 \quad ή \quad \alpha = 3m/s^2.$$

Γ. Η κίνηση του κιβωτίου είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα. Έτσι: $s = \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2s}{\alpha}}$ και με αντικατάσταση $t = 4s$. Για τη ζητούμενη ταχύτητα έχουμε:

$$\upsilon = \alpha t = 3 \cdot 4m/s \quad ή \quad \upsilon = 12m/s.$$

24. Α. Από την ισορροπία του σώματος στον άξονα y έχουμε:

$$F\kappa - B\sigma\upsilon\nu 30 = 0 \quad ή \quad F\kappa = m g\,\sigma\upsilon\nu 30 = 1 \cdot 10 \frac{\sqrt{3}}{2} N \quad ή \quad F\kappa = 5\sqrt{3}\,N.$$



Β. Για την επιτάχυνση του σώματος έχουμε:

$$B\eta\mu 30 = m\alpha \quad ή \quad \alpha = \frac{m g\,\eta\mu 30}{m} \quad ή \quad \alpha = g\,\eta\mu 30 \quad ή \quad \alpha = 5m/s^2.$$

Γ. Η κίνηση του σώματος είναι ομαλά επιταχυνόμενη με $\upsilon_0 = 0$, οπότε: $S = \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $\frac{h}{\eta\mu 30°} = \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2h}{\alpha\,\eta\mu 30}}$ και με αντικατάσταση $t = 2s$.
Επίσης $\upsilon = \alpha t = 5 \cdot 2m/s$ ή $\upsilon = 10m/s$.

Δ. Στην περίπτωση αυτή το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση $\alpha' = g\,\eta\mu 45$ και διανύει διάστημα $S' = \frac{h}{\eta\mu 45}$. Έτσι ο χρόνος κίνησής του είναι $t' = \sqrt{\frac{2h}{g\,\eta\mu^2 45}}$ και η ζητούμενη ταχύτητα

$$\upsilon = \alpha' t' = g\,\eta\mu 45\sqrt{\frac{2h}{g\,\eta\mu^2 45}} = \sqrt{2gh}$$. Δηλαδή η ταχύτητα είναι ανεξάρτητη από τη γωνία του κεκλιμένου επιπέδου και αφού το ύψος h παραμένει το ίδιο, το σώμα φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με την ίδια ταχύτητα $\upsilon = 10m/s$.

25. Α. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για κάθε σώμα έχουμε: $F - T = m_1\alpha$ (1) και

$T = m_2\alpha$ (2)

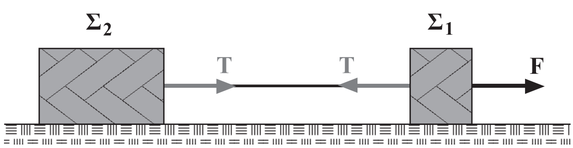
Από την πρόσθεση των εξισώσεων (1) και (2) κατά μέλη βρίσκουμε:

$$F = (m_1 + m_2)\alpha = \frac{B_1 + B_2}{g}\alpha = \frac{B_1 + B_2}{g}\frac{g}{8}$$

$$F = \frac{200 + 500}{8}N \quad ή \quad F = 87{,}5N.$$

Β. Με αντικατάσταση της τιμής της F στην εξίσωση (2) βρίσκουμε:

$$T = m_2\alpha = \frac{B_2}{g}\cdot\frac{g}{8} = \frac{B_2}{8} \quad ή \quad T = 62{,}5N.$$



Κεφάλαιο 1.4

1. Από το νόμο της παγκόσμιας έλξης έχουμε:

$$F = G\frac{m_p \cdot m_p}{R^2} = G\frac{m_p{}^2}{4r_p{}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{\left(1{,}67 \cdot 10^{-27}\right)^2}{4 \cdot \left(10^{-15}\right)^2}\,\text{N} \quad ή$$

$$F = 4{,}65 \cdot 10^{-35}\,\text{N}.$$

2. Α. Η επιτάχυνση στην επιφάνεια του αστεροειδούς είναι:

$$g = G\frac{m}{R^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{7 \cdot 10^{20}}{\left(5{,}5 \cdot 10^{5}\right)^2}\,\text{m/s}^2 \quad ή \quad g = 1{,}54 \cdot 10^{-1}\,\text{m/s}^2.$$

Β. Το σώμα έλκεται από τον αστεροειδή με δύναμη:
$F = m\,g = 100 \cdot 1{,}54 \cdot 10^{-1}\,\text{N}$ ή $F = 15{,}4\,\text{N}$.

3. Από τη σχέση

$$B = F_\kappa \quad ή \quad G\frac{M_\Gamma\, m}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{m\,\upsilon^2}{(R_\Gamma + h)} \quad \text{έχουμε:}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}. \quad \text{Αλλά} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma{}^2, \quad \text{οπότε:}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma{}^2}{4R_\Gamma}} \quad ή \quad \upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{4}}.$$

4. Για την επιτάχυνση στη Γη και στη Σελήνη έχουμε:

$$g_{0(\Gamma)} = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma{}^2} \quad \text{και} \quad g_{0(\Sigma)} = \frac{GM_\Sigma}{R_\Sigma{}^2}$$

Έτσι, διαιρώντας τις σχέσεις κατά μέλη βρίσκουμε:

$$\frac{g_{0(\Gamma)}}{g_{0(\Sigma)}} = \frac{M_\Gamma\, R_\Sigma{}^2}{M_\Sigma\, R_\Gamma{}^2} \quad ή \quad g_{0(\Sigma)} = g_{0(\Gamma)}\frac{M_\Sigma\, R_\Gamma{}^2}{M_\Gamma\, R_\Sigma{}^2} \quad ή$$

$$g_{0(\Sigma)} = g_{0(\Gamma)}\frac{M_\Sigma\, 16R_\Sigma{}^2}{81M_\Sigma\, R_\Sigma{}^2} \quad ή \quad g_{0(\Sigma)} = g_{0(\Gamma)}\frac{16}{81}$$

5. Από τη σχέση $\upsilon = \omega r$ έχουμε:

$$\sqrt{\frac{G M_\Gamma}{2 R_\Gamma}} = \frac{2\pi}{T} 2R_\Gamma \quad ή \quad T = \frac{4\pi R_\Gamma}{\sqrt{G M_\Gamma}} \sqrt{2R_\Gamma} \quad ή$$

$$T = \sqrt{\frac{32\pi^2 R_\Gamma{}^3}{G M_\Gamma}} = \sqrt{\frac{32\pi^2 R_\Gamma{}^3}{g_0 R_\Gamma{}^2}} \quad ή \quad T = 4\pi\sqrt{\frac{2 R_\Gamma}{g_0}}.$$

6. Πρέπει να είναι $F_1 = F_2$, δηλαδή:

$$G \frac{9 \cdot 1}{(15 - x)^2} = G \frac{4 \cdot 1}{x^2} \quad ή$$

$$9x^2 = 4\left(225 + x^2 - 30x\right) \quad ή \quad x = 6m.$$

7. Πρέπει να ισχύει:

$$g_\Gamma = g_\Sigma \quad ή \quad G \frac{M_\Gamma}{x_1{}^2} = G \frac{M_\Sigma}{x_2{}^2} \quad ή$$

$$\frac{M_\Sigma}{M_\Gamma} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = \left(\frac{4 \cdot 10^4}{36 \cdot 10^4}\right)^2 \quad ή \quad \frac{M_\Sigma}{M_\Gamma} = \frac{1}{81}.$$

8. Α. Από τη σχέση $Fg = F\kappa$ έχουμε:

$$\frac{G M m}{r^2} = \frac{m \upsilon^2}{r} \quad ή \quad \frac{GM}{r} = \omega^2 r^2 \quad ή \quad \omega = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{G M}{r}},$$

δηλαδή η γωνιακή ταχύτητα είναι ανεξάρτητη από τη μάζα m του πλανήτη.

Β. Για ακτίνα περιφοράς $r' = 4r$ έχουμε:

$$\omega' = \frac{1}{4r}\sqrt{\frac{G M}{4r}} = \frac{1}{8r}\sqrt{\frac{G M}{r}}, \quad \text{δηλαδή} \quad \omega' = \frac{1}{8}\omega.$$

9. Το βάρος του δορυφόρου στο ύψος h και στην επιφάνεια της Γης, είναι αντίστοιχα: $B_h = G \dfrac{M_\Gamma m}{(3R_\Gamma)^2}$ και $B_0 = G \dfrac{M_\Gamma m}{R_\Gamma{}^2}$.

Έτσι διαιρώντας κατά μέλη βρίσκουμε:

$$\frac{B_h}{B_0} = \frac{R_\Gamma{}^2}{9R_\Gamma{}^2} = \frac{1}{9} \quad ή \quad B_h = B_0 \frac{1}{9}, \quad \text{δηλαδή } B_h = 10N.$$

10. Για τη δύναμη στο ύψος h ισχύει:

$$F_h = G\frac{M_\Gamma m}{\left(\frac{3R_\Gamma}{2}\right)^2} \quad \acute{\eta} \quad F_h = G\frac{4M_\Gamma m}{9R_\Gamma^{\,2}} \qquad (\alpha)$$

$$\text{Αλλά} \quad F_0 = G\frac{M_\Gamma m'}{R_\Gamma^{\,2}} \quad \acute{\eta} \quad G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^{\,2}} = \frac{F_0}{m'} \qquad (\beta)$$

$$\text{Έτσι} \quad F_h = \frac{F_0}{m'}\frac{4m}{9} \quad \acute{\eta} \quad F_h = \frac{10}{1}\cdot\frac{4\cdot 200N}{9} \quad \acute{\eta} \quad F_h = 888{,}9N.$$

11. Α. Η ζητούμενη κινητική ενέργεια K είναι:

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{GM_\Gamma}{5R_\Gamma}}\right)^2 \quad \acute{\eta}$$

$$K = \frac{1}{2}m\frac{GM_\Gamma}{5R_\Gamma} = \frac{1}{2}m\frac{g_0\,R_\Gamma^{\,2}}{5R_\Gamma} \quad \acute{\eta} \quad K = \frac{mg_0R_\Gamma}{10}$$

Β. Όχι, αφού η ταχύτητα και η ορμή είναι μεγέθη διανυσματικά, των οποίων η διεύθυνση συνεχώς μεταβάλλεται.

Γ. Είναι μηδέν, αφού η βαρυτική έλξη είναι συνεχώς κάθετη στην τροχιά του δορυφόρου.

12. Α. Έχουμε $\sqrt{\frac{g_0\,R_\Gamma}{3}} = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$ ή $\frac{g_0\,R_\Gamma}{3} = \frac{g_0\,R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}$ ή $h = 2R_\Gamma$.

Β. Από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

προκύπτει ότι σε μικρότερο ύψος έχουμε αύξηση και όχι ελάττωση της ταχύτητας. Επίσης από τη σχέση $\upsilon = \omega\left(R_\Gamma + h\right) = \frac{2\pi}{T}\left(R_\Gamma + h\right)$,

προκύπτει ότι $T = \frac{R_\Gamma + h}{\upsilon}\cdot 2\pi$, δηλαδή πράγματι η ελάττωση του ύψους προκαλεί ελάττωση στην περίοδο περιστροφής του δορυφόρου.

13. Α. Από τη σχέση $g_h = \frac{1}{4} g_0$ βρίσκουμε:

$$\frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{1}{4}\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma{}^2} \quad \text{ή} \quad (R_\Gamma + h)^2 = 4R_\Gamma^2 \quad \text{ή} \quad h = R_\Gamma.$$

Β. $$K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{1}{2} m\left(\sqrt{\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}}\right)^2 \quad \text{ή}$$

$$K = \frac{1}{2} m \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} = \frac{1}{2} m \frac{g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad K = \frac{1}{4} m g_0 R_\Gamma.$$

Κεφάλαιο 2.1

1. Η ορμή του λεωφορείου είναι:

$P = m\,\upsilon$, όπου $\upsilon = 72 km/h = \dfrac{72.000}{3.600} m/s = 20 m/s$.

Έτσι $p = 2.500 \cdot 20 kg\dfrac{m}{s}$ ή $\Pi = 5 \cdot 10^4 kg\dfrac{m}{s}$.

2. Η ταχύτητα του αεροπλάνου είναι $\upsilon_0 = \dfrac{216.000}{3.600} m/s = 60 m/s$.

Από την εξίσωση της ταχύτητας στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση έχουμε: $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$ ή $0 = \upsilon_0 - \alpha t$ ή $\alpha = \dfrac{\upsilon_0}{t} = \dfrac{60}{120} m/s^2$ ή $\alpha = 0{,}5 m/s^2$.

Αλλά $F = m\,\alpha$ ή $F = 10^5 \cdot 0{,}5 N$ ή $F = 5 \cdot 10^4 N$.

3. Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - m\upsilon_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}}{\Delta t} \text{ ή } F = \frac{0{,}5 \cdot 24}{0{,}03} N \text{ ή } F = 400 N.$$

4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F \text{ ή } \frac{\Delta p}{\Delta t} = B = m\,g = 90 \cdot 10 N \text{ ή } \frac{\Delta p}{\Delta t} = 900 N.$$

Επειδή ο αλεξιπτωτιστής θεωρούμε ότι κάνει ελεύθερη πτώση έχουμε:

$$\upsilon = g\,t = 10 \cdot 1 m/s \text{ ή } \upsilon = 10 m/s.$$

5. Α. Θεωρώντας ως θετική φορά στον κατακόρυφο άξονα τη φορά από κάτω προς τα πάνω έχουμε:

$$\overrightarrow{\Delta p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} \text{ ή } \Delta p = p_{\tau\varepsilon\lambda} - \left(-p_{\alpha\rho\chi}\right) \text{ ή}$$

$$\Delta p = m\,\upsilon_2 + m\,\upsilon_1 = (0{,}5 \cdot 30 + 0{,}5 \cdot 10)\, kg\frac{m}{s} \text{ ή}$$

$$\Delta p = 20 kg\frac{m}{s}.$$

Β. Για τη ζητούμενη μέση δύναμη έχουμε: $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{20}{0{,}25} N$ ή $F = 80 N$.

6. Α. Για τη μεταβολή της ορμής βρίσκουμε:

$\Delta p = p_{\tau\varepsilon\lambda} - p_{\alpha\varrho\chi} = m\,\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - 0$ ή

$$\Delta p = 1.600\,\frac{90\cdot 10^3}{3.600}\,kg\,\frac{m}{s} \quad ή \quad \Delta p = 4\cdot 10^4\,kg\,\frac{m}{s}.$$

Β. Η ζητούμενη δύναμη υπολογίζεται από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{4\cdot 10^4}{5}\,N \quad ή \quad F = 8\cdot 10^3\,N.$$

7. Α. Για κάθε σταγόνα η μεταβολή της ορμής, αφού η τελική ταχύτητά τους είναι μηδέν, έχει τιμή:

$\Delta p = (m\,\upsilon - 0) = m\,\upsilon$ ή

$$\Delta p = 3\cdot 10^{-5}\cdot 17kg\,\frac{m}{s} \quad ή \quad \Delta p = 51\cdot 10^{-5}kg\,\frac{m}{s}.$$

Β. Για τη μέση δύναμη βρίσκουμε:

$$F = \frac{\Delta p_{o\lambda}}{\Delta t} = \frac{500\cdot 51\cdot 10^{-5}}{1}\,N \quad ή \quad F = 255\cdot 10^{-3}\,N.$$

8. Α. Για την ελάχιστη ορμή του σώματος έχουμε:

$$p_{min} = m\,\upsilon_{min} \quad ή \quad \upsilon_{min} = \frac{p_{min}}{m} = \frac{2}{1}\,m/s \quad ή \quad \upsilon_{min} = 2m/s.$$

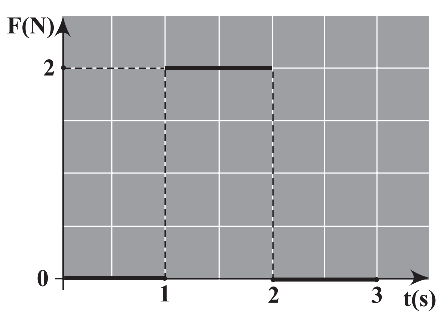
Αντίστοιχα για τη μέγιστη έχουμε:

$$p_{max} = m\,\upsilon_{max} \quad ή \quad \upsilon_{max} = \frac{p_{max}}{m} = \frac{4}{1}\,m/s \quad ή \quad \upsilon_{max} = 4m/s.$$

Β. Η συνισταμένη δύναμη όπως προκύπτει από τη σχέση $\Sigma F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t}$ είναι μηδέν για τα χρονικά διαστήματα 0s έως 1s και 2s έως 3s. Αντίθετα κατά το χρονικό διάστημα 1s έως 2s η κλίση της ευθείας είναι σταθερή και κατά συνέπεια η δύναμη έχει σταθερή τιμή

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{4-2}{1}\,N \quad ή \quad F = 2N.$$

Έτσι έχουμε:



9. Το σώμα επιταχύνεται με την επίδραση της δύναμης F και της τριβής T για την οποία βρίσκουμε:

$T = \mu F\kappa = \mu m g = 0,1 \cdot 200 \cdot 10N$ ή $T = 200N$.

Έτσι από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ ή } F - T = \frac{m\upsilon - 0}{\Delta t} \text{ ή}$$

$$\upsilon = \frac{(F - T)\Delta t}{m} = \frac{(500 - 200)\,4}{200} m/s \text{ ή } \upsilon = 6m/s.$$

10. Α. $p_{\pi\rho\iota\nu} = m\upsilon_1 = 0,1 \cdot 10kg\frac{m}{s}$ ή $p_{\pi\rho\iota\nu} = 1kg\frac{m}{s}$

$$p_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = m\upsilon_2 = 0,1 \cdot 8kg\frac{m}{s} \text{ ή } p_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 0,8kg\frac{m}{s}$$

Β. Για τη ζητούμενη μεταβολή της ορμής, θεωρώντας τη φορά της υ_1 ως θετική έχουμε:

$$\Delta p = p_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - p_{\pi\rho\iota\nu} = (-0,8 - 1)kg\frac{m}{s} \text{ ή } \Delta p = -1,8kg\frac{m}{s}.$$

Γ. Η δύναμη που δέχτηκε από τον τοίχο το μπαλάκι είναι:

$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-1,8}{0,1}N$ ή $F = -18N$. Προφανώς η κατεύθυνση της F είναι αντίθετη από αυτή της ταχύτητας υ_1.

11. Α. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$0 = m\upsilon_0 + MV \text{ ή } V = -\frac{m\upsilon_0}{N} \text{ ή } V = -\frac{1 \cdot 1.000}{1.000}\frac{m}{s} \text{ ή } V = -1m/s.$$

(Το μείον δηλώνει ότι η φορά της ταχύτητας V είναι αντίθετη της ταχύτητας υ_0).

Β. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, όπου ΣF είναι μόνο η τριβή T.

Έτσι βρίσκουμε: $T = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ή $\mu M g = \frac{0 - MV}{\Delta t}$ ή $\mu g = \frac{-V}{\Delta t}$ ή

$$\Delta t = \frac{-V}{\mu g} = \frac{-(-1)}{0,05 \cdot 10} s \text{ ή } \Delta t = 2s.$$

12. Α. Από τη σχέση $\vec{p}_{ολ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ για κάθε μια περίπτωση έχουμε:

$p_{ολ} = p_1 + p_2 = m_1 υ_1 + m_2 υ_2$ ή $p_{ολ} = (2 \cdot 10 + 4 \cdot 6)kg \dfrac{m}{s}$ ή

$p_{ολ} = 44kg \dfrac{m}{s}$ και

$p_{ολ} = p_1 - p_2 = m_1 υ_1 - m_2 υ_2 = (2 \cdot 10 - 4 \cdot 6)kg \dfrac{m}{s}$

ή $p_{ολ} = -4kg \dfrac{m}{s}$, με κατεύθυνση αυτή της ταχύτητας $υ_2$ την οποία θεωρήσαμε ως αρνητική.

Β. Για την πλαστική κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

Έτσι: $m_1υ_1 - m_2υ_2 = (m_1 + m_2)V$ ή $V = \dfrac{m_1υ_1 - m_2υ_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{-4}{6} m/s$ ή

$V = -\dfrac{2}{3} m/s$. Δηλαδή το συσσωμάτωμα μετά την κρούση έχει ταχύτητα $\dfrac{2}{3} m/s$, ίδιας κατεύθυνσης με αυτή της ταχύτητας $υ_2$.

13. Προφανώς θεωρούμε το κιβώτιο ακίνητο για το μικρό χρονικό διάστημα που διέρχεται το βλήμα. Έτσι:

Α. $m_1υ_1 + 0 = m_1υ_1' + m_2υ_2'$ ή

$υ_2' = \dfrac{m_1(υ_1 - υ_1')}{m_2}$ ή $υ'_2 = \dfrac{0{,}1(400 - 100)}{2} m/s$ ή $υ_2' = 15m/s$.

Β. Η ζητούμενη μέση δύναμη F είναι:

$F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{m_2υ_2 - 0}{\Delta t} = \dfrac{2 \cdot 15}{0{,}1} N$ ή $F = 300N$.

14. Από την αρχή διατήρησης της ορμής αμέσως πριν και μετά τη διάσπαση έχουμε:

$Mυ = m_1υ_1 + m_2υ_2$ ή $Mυ = m_1υ_1 + (M - m_1)υ_2$ ή

$υ_2 = \dfrac{Mυ - m_1υ_1}{M - m_1} = \dfrac{1.000 \cdot 500 - 800 \cdot 1.000}{200} m/s$ ή $υ_2 = -1.500m/s$.

Δηλαδή το κομμάτι m_2 αποκτά ταχύτητα 1.500m/s αντίθετης κατεύθυνσης από αυτή της ταχύτητας υ του πυραύλου την οποία θεωρήσαμε ως θετική.

15. Α. Αν θεωρήσουμε ότι στη μάζα Μ = 1.200kg του πρώτου αυτοκινήτου συμπεριλαμβάνεται και η σχετικά μικρή μάζα του μαθητή, μπορούμε να βρούμε την ορμή p_2 του δεύτερου αυτοκινήτου με την αρχή διατήρησης της ορμής. Πράγματι αφού η ορμή διατηρείται και η τελική ορμή του συσσωματώματος των δύο αυτοκινήτων είναι μηδέν, έχουμε:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{ολ} \text{ ή}$$

$$p_1 - p_2 = 0 \text{ ή } p_2 = p_1 \text{ ή } p_2 = M\upsilon = 1.200\frac{72.000}{3.600}\,kg\frac{m}{s} \text{ ή}$$

$$p_2 = 24.000 kg\frac{m}{s}.$$

Β. Ο μαθητής έχει αρχικά την ταχύτητα του πρώτου αυτοκινήτου, δηλαδή υ = 20m/s. Έτσι από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, η δύναμη F που του ασκεί η ζώνη για να τον ακινητοποιήσει τελικά είναι:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_{τελ} - p_{αρχ}}{\Delta t} = \frac{0 - m\upsilon}{\Delta t} \text{ ή } F = \frac{0 - 60 \cdot 20}{0{,}12}\,N \text{ ή } F = -10.000N.$$

Μπορείτε να διαπιστώσετε, ότι η δύναμη αυτή είναι πολύ μεγαλύτερη από το βάρος $B = m\,g = 60 \cdot 10N$ ή $B = 600N$.

16. Α. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{ολ} \text{ ή } m_1\upsilon_1 + 0 = (m_1 + m_2)V \text{ ή}$$

$$\upsilon_1 = \frac{(m_1 + m_2)\,V}{m_1} = \frac{(2.000 + 1.000)\,4}{2.000}\,m/s \text{ ή } \upsilon_1 = 6m/s.$$

Β. Για τη μεταβολή Δp του δεύτερου οχήματος έχουμε:

$$\overrightarrow{\Delta p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ} \text{ ή } \Delta p = m_2V - 0 \text{ ή}$$

$$\Delta p = 1.000 \cdot 4 kg\frac{m}{s} \text{ ή } \Delta p = 4.000 kg\frac{m}{s}.$$

Γ. Για το πρώτο όχημα βρίσκουμε:

$$\overrightarrow{\Delta p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ} \text{ ή } \Delta p = m_1V - m_1\upsilon_1 = m_1(V - \upsilon_1) \text{ ή}$$

$$\Delta p = 2.000\,(4 - 6) kg\frac{m}{s} \text{ ή } \Delta p = -4.000 kg\frac{m}{s}.$$

Δηλαδή όπως αναμέναμε, η ελάττωση της ορμής του πρώτου οχήματος είναι ίση ακριβώς με την αύξηση της ορμής του δεύτερου.

17. Α. Η ταχύτητα V του συσσωματώματος είναι:

$m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 = (m_1 + m_2)V$ ή

$$V = \frac{m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2}{m_1 + m_2} \text{ ή } V = \frac{0{,}4 \cdot 20 - 0{,}6 \cdot 5}{0{,}4 + 0{,}4} m/s \text{ ή } V = 5m/s,$$

δηλαδή ίδιας κατεύθυνσης με την κατεύθυνση του πρώτου σώματος την οποία θεωρήσαμε ως θετική.

Β. Στην πλαστική κρούση η κινητική ενέργεια δε διατηρείται και συγκεκριμένα μειώνεται. Έτσι έχουμε:

$\Delta K = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}$ ή

$$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 \text{ ή}$$

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2} 0{,}4 \cdot 20^2 + \frac{1}{2} 0{,}6 \cdot 5^2 - \frac{1}{2}(0{,}4 + 0{,}6)\, 5^2\right) J \text{ ή } \Delta K = 75J.$$

Γ. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε για το ζητούμενο διάστημα:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 - T s = 0 \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 - \mu (m_1 + m_2)\, g s = 0 \text{ ή}$$

$$S = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\mu (m_1 + m_2)\, g} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 5^2}{0{,}2 \cdot 10} m \text{ ή } S = 6{,}25m$$

Κεφάλαιο 2.2

1. Η αντίσταση του αέρα λόγω της σταθερής ταχύτητας ανά σταθερή δύναμη και κατά συνέπεια το έργο της είναι:

$W = Ax = 4\upsilon\, x$ ή $W = 4\cdot 30\cdot 50J$ ή $W = 6000J$

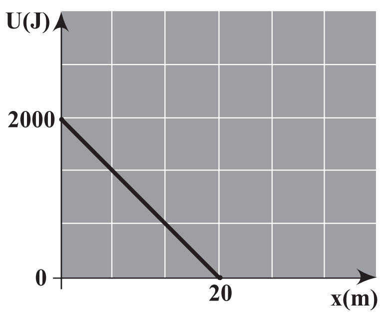
2. Α. Η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι:

$U = m\,g\,h = 10\cdot 10\cdot 20J$ ή $U = 2.000J.$

Β. Η δυναμική ενέργεια μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$U = m\,g\,x$

Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα είναι το παρακάτω:



3. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - W_T = 0 \text{ ή } \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = T\cdot x \text{ ή}$$

$$x = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2}{T} \text{ ή } x = \frac{\frac{1}{2}\cdot 1000\,15^2}{7500}m \text{ ή } x = 15m$$

4. Το σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του. Έτσι βρίσκουμε:

$$0 + W_B = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$\upsilon = \sqrt{2gh}$ και με αντικατάσταση $\upsilon = 20m/s$

Στο ύψος h το σώμα είχε μόνο δυναμική ενέργεια η οποία μετατρέπεται αρχικά σε κινητική ενέργεια και τελικά σε θερμότητα.

5. Επειδή ο γερανός ανεβάζει το κιβώτιο με σταθερή ταχύτητα, πρέπει να ασκεί δύναμη

$F = B$ ή $F = mg$ (α)

Επίσης για τη σταθερή ταχύτητα ανόδου έχουμε:

$$\upsilon = \frac{s}{t} \text{ ή } \upsilon = \frac{h}{t} \qquad (\beta)$$

Έτσι η ζητούμενη ισχύς είναι $P = F\upsilon$ που με τη βοήθεια των (α) και (β) γίνεται:

$$P = mg\frac{h}{t} = 2000 \cdot 10\frac{60}{120}\,W \text{ ή } P = 10.000W$$

6. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$0 + W_B - W_T = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } mgh - T(A\Gamma) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$mg(A\Gamma)\eta\mu 30 - \mu mg \cdot (A\Gamma) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$2g(A\Gamma)\eta\mu 30 - 2\mu g(A\Gamma) = \upsilon^2$ και με αντικατάσταση: $\upsilon = 6m/s$.

7. Α. Επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα είναι $T = F$ και κατά συνέπεια:

$W_T = W_F = F \cdot x = 40 \cdot 5J$ ή $W_T = 200J$.

Β. Ο ζητούμενος ρυθμός αφού η εμφανιζόμενη θερμότητα εκφράζεται από το έργο της τριβής είναι:

$$\frac{W_T}{t} \text{ που επειδή } t = \frac{x}{\upsilon} \text{ γίνεται:}$$

$$\frac{W_T}{t} = \frac{W_T \cdot \upsilon}{x} = \frac{200 \cdot 4}{5}\,J/s \text{ ή } W_T = 160J/s$$

8. Η διατήρηση της ενέργειας για την αρχική και την τελική θέση της μπάλας μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την εμφανιζόμενη θερμότητα Q ως εξής:

$mgh_1 + 0 = mgh_2 + 0 + Q$ ή

$Q = mg(h_1 - h_2) = 2 \cdot 10\,(20 - 18)J$ ή $Q = 40J$

Έτσι το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\frac{Q}{mgh_1} \cdot 100 = \frac{40}{400} \cdot 100 = 10\%$$

9. Η οριζόντια δύναμη F που ασκεί ο μαθητής είναι ίση με την τριβή Τ, ώστε το κιβώτιο να κινείται με σταθερή ταχύτητα.
Δηλαδή: $F = T = \mu mg = 0{,}5 \cdot 100 \cdot 10N$ ή
$F = 500N$

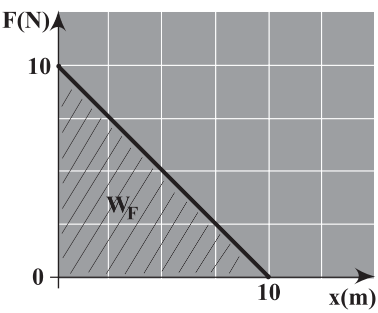
Η προσφερόμενη ενέργεια είναι ίση με το έργο της δύναμης F. Έτσι βρίσκουμε:
Προσφερόμενη ενέργεια $= WF = F \cdot x = 500 \cdot 10J = 5.000J$.

10. Α. Το έργο του βάρους το οποίο είναι δύναμη συντηρητική εξαρτάται από την κατακόρυφη απόσταση της αρχικής και της τελικής θέσης και όχι από τη διαδρομή.
Έτσι βρίσκουμε:
$W_B = Bh = mgh = 80 \cdot 10 \cdot 300 \cdot 0{,}2J$ ή
$W_B = 48000J$.

Β. Ο ζητούμενος ρυθμός είναι:

$$\frac{W_B}{t} = \frac{48000}{10 \cdot 60} J/s \text{ ή } \frac{W_B}{t} = 80J/s$$

11. Α. Επειδή η δύναμη είναι σταθερή έχουμε:
$W_F = F \cdot x = 4 \cdot 10J$ ή $W_F = 40J$.



Β. Στην περίπτωση αυτή το έργο της δύναμης υπολογίζεται γραφικά από το διάγραμμα F-x.

Έτσι $W_F = \frac{1}{2} 10 \cdot 10J$ ή $W_F = 50J$

12. Α. Το έργο της F είναι ίσο με το έργο της παράλληλης προς την κίνηση συνιστώσα της F_x.

Δηλαδή: $W_F = W_{Fx} = F \cdot συν60 \cdot x = 50 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10J$ ή $W_F = 250J$

Β. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$0 + W_F = \frac{1}{2} m\upsilon^2$ ή $\upsilon = \sqrt{\frac{2W_F}{m}}$ και με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$\upsilon = 5m/s$.

13. Α. Από την εξίσωση της κινηματικής $h_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$ βρίσκουμε για την αρχική ταχύτητα υ_0 της πέτρας:

$\upsilon_0 = \sqrt{2gh_{max}}$ ή $\upsilon_0 \sqrt{800} m/s$.

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + mgx \text{ ή } \frac{1}{4}m\upsilon_0^2 = mgx$$

$$\text{ή } x = \frac{\frac{1}{4}800}{10} m \text{ ή } x = 20m$$

Β. Στο ζητούμενο ύψος x΄ το σώμα έχει ταχύτητα υ, ώστε

$$m\upsilon = \frac{1}{2}m\upsilon_0 \text{ ή } \upsilon = \frac{1}{2}\sqrt{800} m/s.$$

Έτσι από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgx' \text{ ή}$$

$$x' = \frac{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}{29} = \frac{800 - 200}{20} m \text{ ή } x' = 30m$$

14. Α. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - F \cdot x = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{m\upsilon_0^2 - 2F_x}{m}}$$ και με αντικατάσταση υ=8m/s.

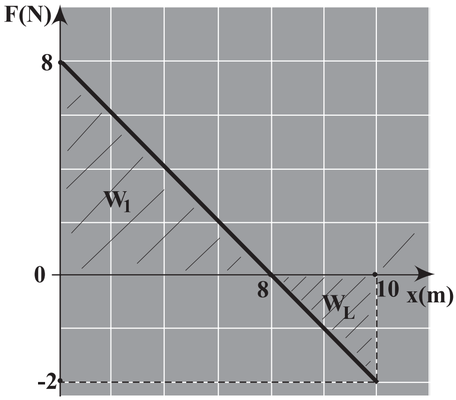
Β. Για τη ζητούμενη απόσταση έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - F \cdot x = 0 \text{ ή } x = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2}{F} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^2}{10} m \text{ ή } x=20m$$

15. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + W_F = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad (\alpha)$$

Το έργο της μεταβλητής δύναμης F υπολογίζεται γραφικά:



F	X
8	0
0	8
-2	10

$$W_F = W_1 - W_2 = \left(\frac{1}{2}8\cdot 8 - \frac{1}{2}2\cdot 2\right)J \text{ ή } W_F = 30J.$$

Έτσι από τη σχέση (α) βρίσκουμε:

$$m = \frac{2W_F}{\upsilon^2} = \frac{2\cdot 30}{4}kg \text{ ή } m = 15kg$$

16. Το σώμα επιταχύνεται πρός τα επάνω με την επίδραση των δυνάμεων Fσυνθ, T και mgημθ. Για την τριβή T βρίσκουμε:

$T = \mu F_\kappa$ ή

$T = \mu\,(F\eta\mu\theta + mg\sigma\upsilon\nu\theta) = 0{,}4\,(100\cdot 0{,}6 + 5\cdot 10 0{,}8)N$ ή

$T = 40N$

Έτσι από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + F\sigma\upsilon\nu\theta\cdot x - T\cdot x - mg\eta\mu\theta x = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2F\sigma\upsilon\nu\theta\cdot x - 2T\cdot x - 2mg\eta\mu\theta\cdot x}{m}}$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε: $\upsilon = \sqrt{20}m/s$

17. Α. Η μπάλα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους, οπότε:

$$0 + mgH = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } \upsilon = \sqrt{2gH} \text{ ή } \upsilon = 20m/s$$

Β. Έχουμε ότι:

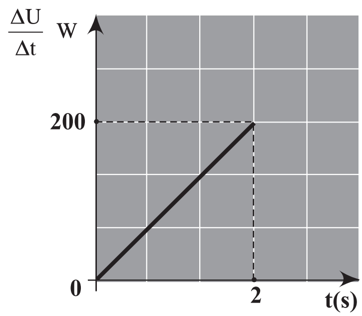
$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{W_B}{\Delta t} = P_B = B\cdot\upsilon = mg\upsilon.$$

Αλλά η μπάλα κάνει ελεύθερη πτώση, οπότε: $υ = gt$.
Έτσι καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = mg \cdot gt = mg^2 t \text{ ή } \frac{\Delta U}{\Delta t} = 100t \qquad (α)$$

Από τη σχέση $H = \frac{1}{2}gt^2$ βρίσκουμε ότι ο χρόνος κίνησης της μπάλας είναι: $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ ή $t = 2s$.

Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα (σχέση α) είναι:



18. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + W_F = \frac{1}{2}mυ^2 \quad (α)$$

Το έργο της μεταβλητής δύναμης F υπολογίζεται από το αντίστοιχο εμβαδό. Έτσι:

$$W_F = \frac{4+2}{2} \cdot 10J \text{ ή } W_F = 30J.$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (α) βρίσκουμε:

$$υ = \sqrt{\frac{2W_F}{m}} \text{ ή } υ = \sqrt{30} m/s$$

19. Α. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μεταξύ των σημείων Γ και Δ έχουμε:

$$\frac{1}{2}mυ_Γ^2 - W_T = 0 \text{ ή } \frac{1}{2}mυ_Γ^2 - μmgx = 0 \text{ ή}$$

$$υ_Γ = \sqrt{2μgx} \text{ και με αντικατάσταση } υ_Γ = \sqrt{60} m/s.$$

Β. Αρκεί να φέρουμε το σώμα στο σημείο Α με μηδενική ταχύτητα. Αυτό σημαίνει ότι η απαιτούμενη ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του σώματος στο σημείο Α και το έργο της τριβής W_T από το Δ έως το Γ. Δηλαδή:
$W_{απαιτ} = U_A + W_T$.

Αλλά $U_A = \frac{1}{2}mυ_Γ^2$ όπως και $W_T = \frac{1}{2}mυ_Γ^2$.

Έτσι: $W_{απαιτ} = 2\frac{1}{2}mυ_Γ^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 60J$ ή

$W_{απαιτ} = 120J$

20. Α. Για τη ζητούμενη κινητική ενέργεια έχουμε:

$$K = \frac{1}{2}mυ^2 = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{32 \cdot 10^3}{3600}\right)^2 J \text{ ή}$$

$K = 2{,}57 \cdot 10^{10} J$

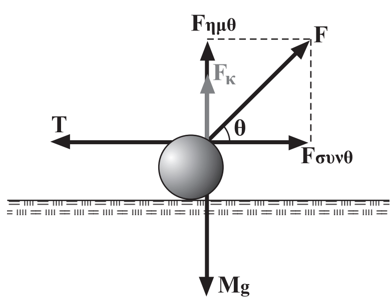
Β. Η ωφέλιμη ισχύς είναι το 50% της αποδιδόμενης, δηλαδή:
$P = 22 \cdot 10^3 HP = 22 \cdot 745{,}7 \cdot 10^3 W$ ή
$P = 16405 \cdot 10^3 W$.
Όμως η ωφέλιμη ενέργεια που αποδίδουν οι μηχανές μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του κρουαζερόπλοιου. Έτσι:

$$P = \frac{K}{t} \text{ ή } t = \frac{K}{P} = \frac{2{,}57 \cdot 10^{10}}{16405 \cdot 10^3} s \text{ ή}$$

$t = 1{,}57 \cdot 10^3 s$ ή $t = 26min$

21. Α. Το σώμα θα εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο όταν η κατακόρυφη συνιστώσα της F γίνει ίση με το βάρος του, οπότε $F_κ = 0$.
Δηλαδή όταν:
$F_{ημθ} = mg$ ή $(10 + 5x)0{,}8 = 20$, από την οποία βρίσκουμε $x = 3m$.

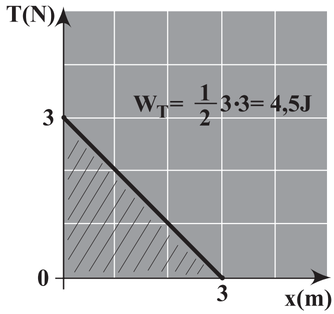
Β. Γράφουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη διαδρομή των 3m και έχουμε:

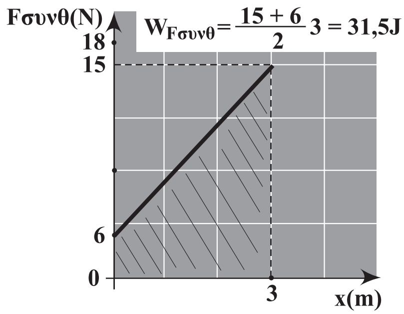


$$0 + W_{Fσυνθ} - W_T = \frac{1}{2}mυ^2 \quad (α)$$

Για την τριβή Τ έχουμε:
$T = μF_κ = μ(mg - Fημθ)$ ή
$T = 0{,}25[20 - (10 + 5x)0{,}8]$ ή
$T = 3 - x$

Επίσης Fσυνθ = (10 + 5x)0,6 ή Fσυνθ = 6 + 3x.
Από τα αντίστοιχα διαγράμματα βρίσκουμε το έργο της T και της Fσυνθ.

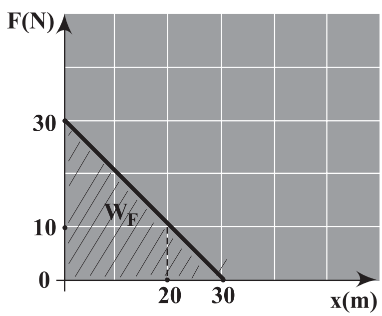




Αντικαθιστούμε στην (α) και βρίσκουμε:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2W_{F\sigma\upsilon\nu\theta} - 2W_T}{m}} \quad ή \quad \upsilon = 3\sqrt{3} m/s$$

22. A. Το ζητούμενο έργο υπολογίζεται γραφικά:



$$W_F = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 30J \quad ή \quad W_F = 450J$$

B. Το σώμα αποκτά μέγιστη ταχύτητα, όταν:
ΣF = 0 ή mg = 30 - x ή x = 20m.
Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη διαδρομή x έχουμε:

$$0 + W_F - mgx = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \quad ή$$

$$\frac{30+10}{2} 20 - 10 \cdot 20 = \frac{1}{2} 1\upsilon^2 \quad ή \quad \upsilon = 20m/s$$

Γ. Μέγιστη ανύψωση xμ έχουμε όταν η ταχύτητα γίνει μηδέν.
$0 + W_F - mgx_\mu = 0$ ή

$$x_\mu = \frac{W_F}{mg} = \frac{\frac{1}{2}30 \cdot 30}{1 \cdot 10} m \text{ ή } x_\mu = 45m$$

Δ. Το σώμα επιστρέφει εκτελώντας ελεύθερη πτώση από ύψος x_μ. Έτσι:

$$0 + mgx_\mu = \frac{1}{2}m\upsilon'^2 \text{ ή } \upsilon' = \sqrt{2gx_\mu} \text{ ή}$$

$$\upsilon' = 30m / s.$$

Κεφάλαιο 2.3

1. Από τη γνωστή σχέση $Q = \Delta U + W$ βρίσκουμε:
$\Delta U = Q - W = (80 - 30)J$ ή $\Delta U = 50J$.

2. Έχουμε $Q = \Delta U + W$ οπότε:
$Q = (30 + 50)J$ ή $Q = 80J$.

3. Στη σχέση $Q = \Delta U + W$ έχουμε $\Delta U = 0$.
Έτσι: $Q = 0 + W$ ή $Q = 50J$.

4. Από τη σχέση $Q = \Delta U + W$ βρίσκουμε πως το παραγόμενο από το αέριο έργο είναι:
$W = Q - \Delta U = (400 - 250)J$ ή $W = 150J$.

Αλλά $W = F\,\Delta x$ ή $\Delta x = \dfrac{W}{F} = \dfrac{150}{1.500}\,m$ ή $\Delta x = 0{,}1m$.

5. Το σώμα αρχικά έχει δυναμική ενέργεια, η οποία μετατρέπεται κατά την πτώση του, σε κινητική και τελικά σε εσωτερική ενέργεια του σώματος.
Δηλαδή: $\Delta U = mgh = 0{,}8 \cdot 10 \cdot 3J$ ή $\Delta U = 24J$.

6. Καθημερινά το ποσοστό των θερμίδων είναι ελαττωμένο κατά 350kcal. Για να διατηρείται η ίδια δραστηριότητα, οι θερμίδες αυτές αναπληρώνονται από την καύση του λίπους του οργανισμού. Συγκεκριμένα για κάθε ημέρα πρέπει ο οργανισμός να μειώνει το λίπος κατά $\dfrac{350}{9{,}5}$ gr. Έτσι προκειμένου να καούν 2kg, δηλαδή 2.000gr

απαιτούνται $\dfrac{2.000}{\dfrac{350}{9{,}5}}$ ημέρες ή $\dfrac{2.000 \cdot 9{,}5}{350} = 54{,}28$ ημέρες.

7. Α. Για την κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου που η ταχύτητα του είναι

$$\upsilon = \frac{108 \cdot 10^3}{3.600}\,m/s = 30m/s,$$ βρίσκουμε:

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.000 \cdot 30^2\,J \text{ ή } K = 4{,}5 \cdot 10^5 J.$$

Β. Για να διατηρείται η ταχύτητα σταθερή, απαιτείται ενέργεια ίση με αυτή που γίνεται θερμότητα, μέσω του έργου της δύναμης F η οποία αντιστέκεται στην κίνηση.
Δηλαδή $E = W_F = F\,x = 450 \cdot 1.000 J$ ή $E = 4{,}5 \cdot 10^5 J$.

Γ. Από την καύση ενός λίτρου βενζίνης προκύπτει ενέργεια $3 \cdot 10^7 J$ από την οποία ωφέλιμη είναι το 30%, δηλαδή $0{,}9 \cdot 10^7 J$. Τόση ακριβώς ενέργεια γίνεται θερμότητα μέσω του έργου της F, αφού η ταχύτητα εξακολουθεί να παραμένει σταθερή.

Δηλαδή $E_{ωφ} = F\,x'$ ή $x' = \dfrac{E_{ωφ}}{F} = \dfrac{0{,}9 \cdot 10^7}{450} m$ ή $x' = 2 \cdot 10^4 m$.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Επιστημολογία των Φυσικών Επιστημών

Κάλφας Β.: (1997) *Επιστημονική Πρόοδος και Ορθολογικότητα*, Εκδόσεις Νήσος.

Περί κατασκευής: Πρακτικά εργαστηρίου της ΕΜΕΑ Εκδόσεις Νήσος 1996

Bondi H.: (1990) *Σχετικότητα και Κοινή Λογική*, Εκδόσεις Τροχαλία.

Born Max: (1993) *Το Πείραμα και η Θεωρία στη Φυσική*, Εκδόσεις Τροχαλία

Brown H.: (1994) *Η Σοφία της Επιστήμης*, Εκδόσεις Δίαυλος.

Brown H. I.: (1993) *Αντίληψη, Θεωρία και Δέσμευση*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Carnap R.: (1975), *Φιλοσοφία και λογική σύνταξη* Μετάφραση Ιωάννα Γόρδου. Επιμ. Ν. Αυγελής, Εκδόσεις Εγνατία

Einstein A., Infeld L.: (1978) *Η Εξέλιξη των Ιδεών στη Φυσική*, Μετάφραση - Συμπλήρωμα Ε. Μπιτσάκης, Εκδόσεις Δωδώνη.

Feyerabend P.: (1982) *Ενάντια στη Μέθοδο*, Μετάφραση Γρ. Καυκαλάς, Γ. Κουνταρούλης, Εκδόσεις Σύγχρονα Θέματα.

Foucalt M.: (1986) *Οι λέξεις και τα πράγματα Μια αρχαιολογία των επιστημών του ανθρώπου* Μετάφραση Κωστής Παπαγιώργης Εκδόσεις "Γνώση"

Kraft V.: (1986)*Ο Κύκλος της Βιέννης και η Γέννηση του Νεοθετικισμού Sclick Wittgenstein Carnap Popper* Μετάφραση Γιάννη Μανάκου "Γνώση"

Kuhn T.: (1987).*Η δομή των επιστημονικών επαναστάσεων* Μετάφραση Β. Κάλφας Σύγχρονα Θέματα

Lakatos I.: (1986) *Μεθοδολογία των Επιστημονικών Προγραμμάτων Επιστημονικής Έρευνας* Μετάφραση Αιμ. Μεταξόπουλος Εκδόσεις Σύγχρονα Θέματα

Rae Alastair: (1987) *Κβαντομηχανική: πλάνη ή πραγματικότητα*, Εκδόσεις Κάτοπτρο.

Ιστορία των Φυσικών Επιστημών

Αριστοτέλους: Φυσικής Ακρόασις (Τα φυσικά), Μετάφραση Κ.Δ. Γεωργούλη, Εκδόσεις Παπαδήμα. (1972)

Κέντρο Νεοελληνικών Ερευνών: *Οι Επιστήμες στον Ελληνικό Χώρο* (Πρακτικά συνεδρίου, Ιούνιος 1995), Εκδόσεις Τροχαλία.

Φάρρινγκτον Β.: (1969) *Η Επιστήμη στην Αρχαία Ελλάδα*, Μετάφραση Ραΐσης Ν., Εκδόσεις Κάλβος.

Asimov I.: (1998) *Το Χρονικό των Επιστημονικών Ανακαλύψεων,* Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Dampier W.C.: (1979*) A history of Science and its relations with Philosophy & Religion,* Cambridge University Press.

Grant E.: (1993) *Οι Φυσικές Επιστήμες τον Μεσαίωνα.* Μετ. Σαρίκας Ζ. Παν. Εκδόσεις Κρήτης.

Harman M. P.: (1993) *Ενέργεια, Δύναμη και Ύλη Η εννοιολογική εξέλιξη της Φυσικής τον 19ο αιώνα* Επιστημονική επιμέλεια Κ. Γαβρόγλου Μετάφραση Τ. Τσιαντούλας Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης

Leicester H.: (1993), *Ιστορία της Χημείας*, Εκδόσεις Τροχαλία**.**

Narlikar J.: (1999) *Η Ελαφρότητα της Βαρύτητας*, Εκδόσεις Τροχαλία

Prigogine Ilya: (1997), *Το τέλος της βεβαιότητας*, Εκδόσεις Κάτοπτρο.

Prigozin I., Stengers I.: (1986) «*Τάξη μέσα από το Χάος*» Μετάφραση Μ. Λογιωτάτου. Εκδόσεις Κέδρος.

Schrodinger E.: *Η φύση και οι Έλληνες. Ο κόσμος και η φυσική.* Πρώτη δημοσίευση 1954. Σχόλια και επεκτάσεις Michel Bitbol. 1992. Εκδόσεις Π. Τραυλός, Κωσταράκη Ε,. 1995.

Weisskopf V.: (1994) *Η Κβαντική Επανάσταση*, Εκδόσεις Κάτοπτρο.

<u>Παιδαγωγικά- Διδακτική</u>

Κόκκοτας Π.: (2000) (Επιμ.) *Διδακτικές προσεγγίσεις στις φυσικές επιστήμες-Σύγχρονοι προβληματισμοί* Εκδόσεις τυπωθήτω.

Κόκκοτας Π.: (1998) *Σύγχρονες προσεγγίσεις στη διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών. – Η εποικοδομητική προσέγγιση της διδασκαλίας και της μάθησης.*

Κόκκοτας Π.: (1998) *Διδακτική των Φυσικών Επιστημών* Εκδόσεις Γρηγόρη .

Κουλαϊδής Β.: (1995) (Επιμ.) *Αναπαραστάσεις του φυσικού κόσμου* Εκδόσεις Gutenberg

Ματσαγγούρας Η.: (1995) (Επιμ.) *Η εξέλιξη της διδακτικής. Επιστημολογική θεώρηση* Εκδόσεις Gutenberg

Πατάπης Σ.: (1995) *Μεθοδολογία της διδασκαλίας της Φυσικής* Β' Έκδοση

Σταυρίδου Ε.: (1995) *Μοντέλα Φυσικών Επιστημών και διαδικασίες μάθησης* Εκδόσεις Σαββάλας

Τσαπαρλής Γ.: (1991) *Θέματα διδακτικής Φυσικής και Χημείας στη Μέση Εκπαίδευση* Εκδόσεις Γρηγόρης

Arons A. B.: (1992) *Οδηγός διδασκαλίας της Φυσικής* Μετάφραση Βαλαδάκης Ανδρέας Εκδόσεις Τροχαλία

Bernstein B.: (1991) *Παιδαγωγικοί κώδικες και Κοινωνικός έλεγχος* Εισαγωγή -Μετάφραση -Σημειώσεις Ιωσήφ Σολομών Εκδόσεις Αλεξάνδρεια

Bertrand Y.: (1994) *Σύγχρονες Εκπαιδευτικές θεωρίες* Μετ. Σιπητάνου Α., Λινάρδου Ε. Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα

Driver R., Guesne E., Timberghien A.: (Eds) *Οι ιδέες των παιδιών στη Φυσική* Μετάφραση Κρητικός Θ., Σπηλιωτοπούλου-Παπαντωνίου Β.,Σταυρόπουλος Α. ΕΝΩΣΗ ΕΛΛΗΝΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ, ΤΡΟΧΑΛΙΑ 1993

Driver R., Squires A., Rushworth P., Wood-Robinson V.: (1999). Ο*ικοδομώντας τις έννοιες των Φυσικών Επιστημών- Μια Παγκόσμια σύνοψη των ιδεών των μαθητών* Επιμ. Π. Κόκκοτας, Μετ. Μ. Χατζή, Εκδόσεις τυπωθήτω

Hayes N.: (1993) *Εισαγωγή στις Γνωστικές Λειτουργίες* Επιμ. Α. Κωσταράκου-Ευκλείδη Εκδόσεις ελληνικά γράμματα

Lemeignan G., Weil-Barais A.: (1997) *Η οικοδόμηση των εννοιών στη φυσική-Η διδασκαλία της μηχανικής* Επιμ.-Μεταφ. Δαπόντες Ν. ΔημητρακοπούλουΑ., Εκδόσεις τυπωθήτω

Maturana H., Varela F.: (1992) *Το δέντρο της γνώσης. Οι βιολογικές ρίζες της ανθρώπινης νόησης* Εκδόσεις Κατοπτρο

Φυσική

Αλεξανδρόπουλος Ν. Γ., Θεοδωρίδου - Καραδήμα Ε., συνεργασία Κώτση Κ. Θ.: (1996) *Συμπυκνωμένη Ύλη και Ακτίνες Χ*, Ιωάννινα.

Αλεξόπουλος Κ.Δ., Μαρίνος Δ. Ι.: (1998) *Νεώτερα από τη Φυσική*, Εκδόσεις Σαββάλας.

Αλεξόπουλος Κ.Δ., Μαρίνος Δ.Ι.: (1980) *Φυσική*, τόμοι Α΄-Β΄, Αθήνα.

Αλεξόπουλος Κ.Δ.: (1966) *Γενική Φυσική*, τόμοι 1-5. Αθήνα.

Βαρώτσος Π., Αλεξόπουλος Κ. Δ.: (1995) *Φυσική Στερεάς Κατάστασης*, Εκδόσεις Σαββάλας.

Βλάχος Ι.: (1990) *Μαθησιακές δραστηριότητες για την πρώτη Λυκείου: Γενικού-Πολυκλαδικού*, Εκδόσεις "Η έκφραση".

Βλάχος Ι., Ζάχος Κ., Κόκκοτας Π., Τιμοθέου Γ.: (1998) *Φυσική Γ' Λυκείου* Ο.Ε.Δ.Β.

Δανέζης Μ., Θεοδοσίου Σ.: (1999) *Το Σύμπαν που Αγάπησα- Εισαγωγή στην Αστροφυσική*, τόμοι Α΄, Β΄, Εκδόσεις Δίαυλος.

Κόκκοτας Π., Κρέμος Δ.: (1995) *Φυσική Α΄ Λυκείου*, Εκδόσεις Ο.Ε.Δ.Β.

Μαυρίκης Χ., Τιμοθέου Γ.: (1982) *Μεθοδολογία ασκήσεων Μηχανικής*, Εκδόσεις Αναστασάκη.

Μπότσης Κ., Περιστερόπουλος Π., Σφαρνάς Ν.: (1993) *Εγχειρίδιο Φυσικής Γ΄ Λυκείου*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.

Οικονόμου Ε. Ν.: (1985) *Συμβίωση χωρίς μέλλον - Πυρηνικά Όπλα και Ανθρώπινοι Πολιτισμοί*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Οικονόμου Ε. Ν.: (1991) *Η Φυσική Σήμερα (Οι Δέκα Κλίμακες της Ύλης)*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Περιστερόπουλος Π., Σκιαθίτης Εμ.: (1983) *Οδηγίες για τη διδασκαλία της Φυσικής στη Β΄ Λυκείου.*

Τιμοθέου Γ.: (1986) *Φυσική Γ΄ Λυκείου*, Εκδόσεις Παπαδημητρόπουλου.

Abbott A.: (1982) *Ordinary Level Physics*, Heinemann Ed. Books, third Edition.

Avison J.: (1989) *The World of Physics*, Nelson.

Bausor J. et al.: (1978) *Advanced Physics project for Independent Learning* (APPIL) Units 1-10, John Murray (Publishers).

Born M.: (1951) *The restless Universe*, Dover Publications.

Breithaupt J.: (1994) *Physics*, Stanley Thornes (publishers) Ltd.

Breithaupt J.: (1997) *Key Science: Physics* (new edition), Stanley Thornes (publishers) Ltd.

Dorn F., Bader F.: (1985) *Φυσική,* τόμοι 1-4, Εκδόσεις Κτίστη, Αθήνα, (συνοδεύεται από βιβλίο για τον καθηγητή).

Epstein L.C.: (1989) *Thinking Physics - Practical lessons in critical thinking* (second edition), Insight Press.

Feynman R.: (1990) *Ο Χαρακτήρας του Φυσικού Νόμου*, Μετάφραση Ελένη Πιπίνη, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Gamow G. and Cleveland J.M.: (1978) *Physics: foundations and frontiers* (third edition) Prentice-Hall of India.

Haber-Schaim U., Dodge J., Walter J.: (1990) *P.S.S.C Φυσική*, Μετάφραση Θ. Κωστίκας, Εκδόσεις Ίδρυμα Ευγενίδου.

Halliday D. Resnick R.: (1976) *Φυσική*, Μετάφραση Γ. Πνευματικός, Γ. Πεπονίδης τόμοι 1-2, Εκδόσεις Γ.Α. Πνευματικός.

Hecht E.: (1998) *Physics: Algebra/Trig* Vol. I & II., Brooks/Cole Publishing Company.

Hewitt P.: (1992) *Οι Έννοιες της Φυσικής*, Μετάφραση Ε. Σηφάκη, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Hey I., Walters P.: (1992) *Το Κβαντικό σύμπαν*, Μετάφραση Νίκος Διλής, Εκδόσεις Κάτοπτρο.

Holton G.: (1985) *Introduction to concepts and theories in Physical Science*, revised by Brush S. (second edition), Princeton University Press.

Johnson K.: (1996) *Physics for you, New National Curriculum Edition for GCSE.* Stanley Thornes (publishers) Ltd.

Landau L., Kitaigorodsky A.: (1980) *Physics for Everyone vol. Physical bodies*, (second edition), MIR Publishers Moscow.

Landau L.D., and Kitagorodsky A.I.: (1980) *Physics for everyone, vol. Molecules* (second edition) MIR Publishers Moscow.

Landau L.D., and Kitagorodsky A.I.: (1981) *Physics for everyone, vol. Electrons*, MIR Publishes Moscow.

MacDemmont L. C.: (1996) *Physics by Inquiry,* volumes 1-2, J. Willy & Sons.

March R.: (1996) *Φυσική για Ποιητές*, Μετάφραση Κ. Μεργιά, Εκδόσεις Δίαυλος.

Ohanian H.: (1991) *Φυσική*, τόμοι 1-2, Μετάφραση Α. Φίλιππα, Εκδόσεις Συμμετρία.

Pople S.: (1989) *Physics, Coordinated Science*, Oxford University Press.

Rogers E.M.: (1977) *Physics for the inquiring mind: the methods, nature and philosophy of physical science* (twelfth edition) Princeton University Press.

Rutherford F., Holton G., Watson F.: (1981) Harvard Project Physics, Εκδότες Holt, Rinehart, Winston Publishers.

Sang D.: (1995) *Nuclear and Particle Physics*, Nelson.

Serway R.: (1990) *Physics for Scientists and Engineers,* Μετάφραση Λ. Ρεσβάνης, τόμος IV.

Serway R.: (1991) *Φυσική*, τόμοι 1-4, Έκδοση Λ. Ρεσβάνη, Αθήνα.

Silberberg M.: (1996) *Chemistry: the molecular nature of matter and change*, Mosby.

Skinner B.J. and Porter P.C.: (1987) *Physical Geology*, John Wiley & Sons.

Tillery B.W.: (1996) *Physical Science* (third edition), W.C.M. Publishers.

Wenham E., Dorling G., Snell J., Taylor B.: (1972) *Physics, Concepts and Models,* Addison – Wesley Publishers limited.

Whelan P., Hodgson M.: (1979) *Questions on Principles of Physics*, John Murray.

Young H.: (1994) *Φυσική*, τόμοι 1-2, Μετάφραση Ε. Αναστασάκης, Σ. Δ. Π. Βλασσόπουλος, Ε. Δρης, Η. Σ. Ζουμπούλης, Η. Κ. Κατσούφης, Γ. Κουρούκλης, Ε. Μάνεσης, Κ. Ε. Παρασκευαΐδης, Μ. Πιλάνιας, Κ. Χριστοδουλίδης, Εκδόσεις Παπαζήση.

Zitsewits P.W. et. al.: (1995*) Merril Physics, Principles and Problems*, Glencoe/Mc Graw Hill.

Εργαστήριο-Πειράματα

Καρυώτογλου Π. κ.ά.: (1989) *Το Κυκλικό Εργαστήριο*, τόμοι Α-Β, Εκδόσεις Γ. Πνευματικός.

Καραπαναγιώτης Β., Παπασταματίου Ν., Φέρτης Α., Χαλέτσος Χ.: *Εργαστηριακός Οδηγός Β΄ Γυμνασίου*, Ο.Ε.Δ.Β

Καραπαναγιώτης Β.: (1989) *Το Σχολικό Εργαστήριο Φυσικών Επιστημών*, Εκδόσεις Γρηγόρη.

Κόκκοτας Π., Καραπαναγιώτης Β. κ.ά.: (1998) *Πειράματα Φυσικής,* Εκδόσεις Γρηγόρη.

Κόκκοτας Π., Καραπαναγιώτης Β., Αρναουτάκης Ι., Καρανίκας Ι.,

Κουρέλης Ι.: *Πειράματα Φυσικής,* Εκδόσεις Γρηγόρη, Αθήνα.
Μπουρούτης Ι., Μητσιάδης Σ., Βρέτταρος Γ.: *Ο Καθοδικός Παλμογράφος,* Εκδόσεις ΥΠΕΠΘ.
Μπουρούτης Ι.: (1988) *Πειράματα Φυσικής*, τόμοι Α-Β, Εκδόσεις Ο.Ε.Δ.Β. (γ΄ έκδοση 1993).
Μπουρούτης Ι.: *Πειράματα Φυσικής*, τόμοι Α-Β, Εκδόσεις Ο.Ε.Δ.Β
Ορφανουδάκης Γ.: *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής*, Εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα.
Παπασταματίου Ν.: *Εργαστηριακές Ασκήσεις Β΄ και Γ΄ Γυμνασίου*, Αθήνα.
Armitage E.: *Practical Physics in SI*, J. Murray, Hong Kong.
Avison J.: The World of Physics, Nelson, Hong Kong.
Freier G. - Anderson F.: *A Demonstration Handbook for Physics*, American Association of Physics Teachers, N. York.
Haber-Schaim U. et al.: *Φυσική PSSC Εργαστηριακός Οδηγός* (Μετάφραση Ν. Παπασταματίου), Ίδρυμα Ευγενίδου.
Leybold - Heraus : *Physics Catalogue of Experiments*, Kuln, Germany.
Moss G.: *Ordinary Level Practical Physics*, Heinemann, London.
Murphy J. - Doyle J.: *Laboratory Physics*, C.E. Merrill, Columbus Ohio.
Tillery Bill W.: *Laboratory Manual in Conceptual Physics*, W.C. Brown Boston, Chicago, London.
Tyler F.: *A Laboratory Manual of Physics*, E. Arnold, London.
Unesco: (1994) *Οδηγός του Εκπαιδευτικού*, Μετάφραση Α. Βεκιαρέλη - Ε. Παπαγκίκα, Επιμ. Ι. Αντωνίου κ.α., Εκδόσεις UNESCO/ RED – T – POINT.
Unesco: *New Unesco Source Book for Science Teaching*, Unesco, Paris.
Williams J. et. al.: *Excercises and Experiments in Physics*, Holt Reinhart and Winston.

Κατάλογοι οργάνων

Μητσιάδης Σ: Εικονογραφημένος Κατάλογος Εποπτικών Μέσων Διδασκαλίας, Εκδόσεις Ο.Ε.Δ.Β.
Colatex Didactic: Physic Technik Hauptkatalog, Lehrmittelhaus, Innsbruck.
Leybold - Heraus: Physics Apparatus for Teaching Purposes, Koln Germany "Επιστημονικά Όργανα", Σολωμού 16, Αθήνα.
Philip Harris: Physical Science, Life Science, Technologie, Staffordshire England, "Νορμ Ηλεκτρονική ΕΠΕ", Βουλής 18, Αθήνα.
PHYWE: Physics - Main Catalogue, Gφttingen, Germany, anro α.ε., Λεωφ. Συγγρού 44, Αθήνα.

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ-ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Στις επόμενες σελίδες υπάρχει χώρος όπου μπορείτε να καταγράψετε σχόλια, να κρατήσετε σημειώσεις ή απλά να σημειώσετε *"τι να μην ξεχάσω"* την επόμενη φορά που διδάξετε τις διάφορες διδακτικές ενότητες.

1.1 Ευθύγραμμη κίνηση

Διδακτική ενότητα 1η: Ύλη και κίνηση (1.1.1), Ο προσδιορισμός της θέσης ενός σωματίου (1.1.2), Οι έννοιες της χρονικής στιγμής, του συμβάντος και της χρονικής διάρκειας (1.1.3), Η μετατόπιση σωματίου πάνω σε άξονα (1.1.4).

....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 2η: Η έννοια της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (1.1.5). Η έννοια της μέσης ταχύτητας (1.1.6)

....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 3η: Η έννοια της στιγμιαίας ταχύτητας (1.1.7). Η έννοια της επιτάχυνσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (1.1.8).

....
....
....
....
....
....

....

....

Διδακτική ενότητα 4η: Οι εξισώσεις προσδιορισμού της ταχύτητας και της θέσης ενός κινητού στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (1.1.9).

....

....

....

....

....

....

....

....

1.2 Δυναμική σε μία διάσταση

Διδακτική ενότητα 1η: Η έννοια της δύναμης (1.2.1), Σύνθεση συγγραμικών δυνάμεων (1.2.2).

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Διδακτική ενότητα 2η: Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα (1.2.3), Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ή θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής (1.2.4).

....

....

....

....

....

....

....

....

Διδακτική ενότητα 3η: Η έννοια του βάρους (1.2.5), Η έννοια της μάζας (1.2.6).

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 4η: Η ελεύθερη πτώση των σωμάτων (1.2.7), Σύγχρονοι τρόποι μελέτης των κινήσεων (1.2.8).

....
....
....
....
....
....
....
....

1.3 Δυναμική στο επίπεδο

Διδακτική ενότητα 1η: Τρίτος νόμος του Νεύτωνα.Νόμος δράσης – αντίδρασης (1.3.1). Δυνάμεις από επαφή και από απόσταση (1.3.2).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 2η: Σύνθεση δυνάμεων στο επίπεδο (1.3.3), Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες (1.3.4).

....
....

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 3η: Σύνθεση πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων (1.3.5). Ισορροπία ομοεπιπέδων δυνάμεων (1.3.6).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 4η: Νόμος της τριβής (1.3.7).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 5η: Οριζόντια βολή (1.3.8).

....
....
....

....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 6η: Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα σε διανυσματική και αλγεβρική μορφή (1.3.9).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 7η: Ομαλή κυκλική κίνηση (1.3.10).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 8η: Κεντρομόλος δύναμη (1.3.11).

....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 9η: Μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης (1.3.12).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

1.4 Η βαρύτητα

Διδακτική ενότητα 1η: Νόμος της παγκόσμιας έλξης. Πεδίο βαρύτητας (1.4.1).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 2η: Η ένταση στο βαρυτικό πεδίο της Γης (1.4.2), Το πεδίο βαρύτητας κοντά στη Γη (1.4.3).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

....

Διδακτική ενότητα 3η: Η κίνηση των δορυφόρων (1.4.4), Φαινομενική έλλειψη βάρους (1.4.5).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

2.1 Διατήρηση της ορμής

Διδακτική ενότητα 1η: Η έννοια του συστήματος. Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις (2.1.1).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 2η: Το φαινόμενο της κρούσης (2.1.2), Η έννοια της ορμής (2.1.3) Η δύναμη και η μεταβολή της ορμής (2.1.4).

....
....
....
....
....
....
....
....

....
....
....

Διδακτική ενότητα 3η: Η αρχή διατήρησης της ορμής (2.1.5), Μεγέθη που δεν διατηρούνται στην κρούση (2.1.6), Εφαρμογές της διατήρησης της ορμής (2.1.7).

....
....
....
....
....
....
....
....

2.2 Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

Διδακτική ενότητα 1η: Η έννοια του έργου (2.2.1).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 2η: Έργο βάρους και μεταβολή της κινητικής ενέργειας (2.2.2).

....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 3η: Η δυναμική ενέργεια (2.2.3).

....

....

....

....

....

....

....

....

Διδακτική ενότητα 4η: Η μηχανική ενέργεια (2.2.4).

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Διδακτική ενότητα 5η: Συντηρητικές (ή διατηρητικές δυνάμεις) (2.2.5).

....

....

....

....

....

....

....

....

Διδακτική ενότητα 6η: Η ισχύς (2.2.6).

....

....

....

....

....

....

....

Διδακτική ενότητα 7η: Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια βολή (2.2.7).

....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 8η: Η τριβή και η μηχανική ενέργεια (2.2.8).

....
....
....
....
....
....
....
....

2.3 Διατήρηση της ολικής ενέργειας

Διδακτική ενότητα 1η: Η κινητική θεωρία της ύλης και η θερμότητα (2.3.1).

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 2η: Ιδιότητες των αερίων (2.3.2).

....
....
....
....
....

....
....
....

Διδακτική ενότητα 3η: Εσωτερική ενέργεια (2.3.3) Θερμότητα και διατήρηση της ολικής ενέργειας (2.3.4).

....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 4η: Η θερμότητα και η μηχανική ενέργεια (2.3.5). Μηχανές και ενέργεια (2.3.6).

....
....
....
....
....
....
....
....

Διδακτική ενότητα 5η: Η απόδοση της μηχανής (2.3.7), Η υποβάθμιση της ενέργειας (2.3.8).

....
....
....
....
....
....
....
....

....
....
....